



Kristín Bjarnadóttir

Stærðfræðimenntun á tuttugustu öld Áhrif Ólafs Daníelssonar

► Um höfund ► Efnisorð

Ólafur Dan Daníelsson (1877–1957) lauk Mag.Scient.-prófi í stærðfræði frá Kaupmannahafnarháskóla árið 1904. Næstu ár ritaði hann fyrstu útgáfu *Reikningsbókar* sinnar, sem út kom árið 1906 og lauk við doktorsritgerð á sviði rúmfræði árið 1909, fyrstur Íslendinga. Meðal kennara hans var Julius Petersen, kunnur kennslubóka-höfundur. Ólafur réðst að Kennaraskóla Íslands við stofnun hans 1908 og mótaði stærðfræðiskilning fyrstu 160 kennaraefnanna sem brautskráðust þaðan. Hann vann ötullega að stofnun stærðfræðideildar við Menntaskólann í Reykjavík árið 1919 og var ráðinn til að móta hana. Ólafur samdi fjórar kennslubækur í stærðfræði, *Reikningsbók*, *Um flatarmyndir*, *Kennslubók í hornafræði* og *Kennslubók í algebru*. Kennsla hans og kennslubækur, sér í lagi í reikningi og algebru, mótuðu stærðfræðimenntun á Íslandi fram á miðjan áttunda áratug tuttugustu aldar, þar sem þær voru námsefni til landsprófs, strangs inntökuprófs í menntaskóla og kennaraskóla. *Reikningsbók* Ólafs var einnig fyrirmynd reikningsbókar fyrir börn sem valin var til útgáfu hjá Ríkisútgáfu námsbóka. Afstaða Ólafs til stærðfræði og stærðfræðikennslu var strangfræðileg, hann taldi stærðfræði fullkomnustu vísindagrein sem til væri og markmið hans var að leiða nemendur inn í vinnusal vísindanna. Hann vildi skýra stærðfræðina frá rótum ef hann taldi það mögulegt, ella geymdi hann rökstuðning þar til hann taldi sig geta undirbyggt hann nægilega vel á fræðilegan hátt.

Mathematics education in the 20th century: Ólafur Daníelsson's impact

► About the author ► Key words

The first Icelandic mathematician to complete a doctoral degree was Ólafur Daníelsson (1877–1957). He first completed a Mag. Scient. degree at the University of Copenhagen to be eligible to teach in the Danish high school system. His university professors were two well-known geometers: Hieronymus Georg Zeuthen and Julius Petersen, a textbook writer. However, he was not hired as the mathematics teacher at the sole Icelandic high school when he returned home in 1904; the position went to an engineer. Daníelsson then began to prepare his doctoral thesis, which he defended in 1911: *Nogle Bemærkninger om algebraiske Flader*

der kunne bringes til at svare entydigt til en Plan Punkt for Punkt /Several remarks on algebraic surfaces which could have one-to-one correspondence to a plane. The thesis was an extension of earlier works by professor Zeuthen and other well-known scientists of the time: Clebsch, Castelnuovo and Cremona. Meanwhile, to support his growing family, Daníelsson taught pupils privately and composed a little arithmetic textbook, *Reikningsbók/Arithmetic*, published in 1906.

Daníelsson was appointed as the first mathematics teacher at the Iceland Teacher College at its establishment in 1908. The students were mature people who may have been teaching for a number of years but who had not enjoyed schooling themselves. Daníelsson revised his textbook *Arithmetic* for their needs, republishing it in 1914. In 1919, a mathematics stream was established at Reykjavík High School following Daníelsson's and his friends' initiative. Daníelsson was appointed to develop it, aiming for students to become eligible to attend the Polytechnic College in Copenhagen and to take university studies in the sciences. Before that, students had to spend an extra year abroad. At that time Daníelsson began his mission to create high school mathematics textbooks. He wrote four textbooks in the 1920s, out of which two, the third version of *Arithmetic* and *Algebra*, became very influential through the mid-twentieth century and shaped the mathematics education of generations. Eventually they were replaced in the 1970s by "New Math" textbooks. His two geometry textbooks, however, proved to be too ambitious for his students who had little previous experience with geometric concepts.

Daníelsson's approach to school mathematics was strictly academic. His teaching inspired his students, at least if they showed talent and commitment. One of them said, "What especially influenced us was his enthusiasm and respect for mathematics." He explained mathematics in an intelligible way, supported by proofs if he thought it would be useful, but allowed space for initiative and creativity only in his verbal exercises.

Daníelsson's extensive influence may be attributed to several factors. His strong personality and firm belief in mathematics as a superb science made him an excellent champion of mathematics education. Moreover, he was the mathematics teacher of the first 167 primary school teachers in Iceland. His former students propagated Daníelsson's vision and interpretation of school mathematics, and one of them, E. Bjarnason, published a primary school arithmetic textbook in 1927–1929 which has been deemed to be a simplified version of Daníelsson's own *Arithmetic* for adolescents. Bjarnason's textbook was chosen as the sole arithmetic textbook during the 1940s to 1970s when a state monopoly publishing house ensured the provision of free textbooks for all children. Bjarnason's textbook may have been considered as the most suitable preparation for high school freshmen due to its compatibility with Daníelsson's *Arithmetic*.

Another factor was that Reykjavík High School was the only school of its kind. When another school became established in 1930, Daníelsson became protector of its mathematics and science stream. Admission to Reykjavík High School became restricted in 1929, which created strong competition. Following this, new lower secondary schools were established around the country in the 1930s for the common people who had not had the opportunity to attend school after age 14. Daníelsson's *Arithmetic* was taken up in more and more of these schools to

enable their most promising students to transfer to one of the upper grades of the six-year Reykjavík High School.

In 1946, the six-year high schools were reduced to four-year upper secondary schools, and a national entrance examination was implemented in a number of lower secondary schools as a precondition for admission to these upper secondary schools. In deference to the hitherto dominant Reykjavík High School, the mathematics syllabus for the entrance examination was taken from the former second grade of this school, which included Daníelsson's *Arithmetic* and *Algebra* textbooks. The syllabus and its exam remained in place from 1946 to 1976, although alternatives to Daníelsson's textbooks were gradually brought in, especially after 1968 when the "New Math" was introduced in Iceland.

Daníelsson retired from teaching in 1941 and died in 1957. His influence spanned nearly seven decades, from 1908 when he began teaching at Iceland's Teacher College, until the 1976 when his textbooks were removed from the reading list of the national entrance examination. His legacy as a dedicated mathematician is unquestioned. Mathematics education in Iceland was shaped by his vision. The conditions in Iceland at this time, such as the restricted access to one of its two high schools, national isolation during the two world wars, the great depression between them, and finally national independence, created circumstances where a single policy dominated and there came to be no discussion (Kristín Bjarnadóttir, 2009). Many generations of teachers did not know other mathematics textbooks than those built on Daníelsson's books. Because they were so genuine they were not debated and no discussion took place until long after his death.

Inngangur

Ólafur Dan Daníelsson (1877–1957) var fyrsti Íslendingurinn sem lauk háskólaprófi í stærðfræði og hinn eini á fyrsta fjórðungi tuttugustu aldar. Áhrifa hans á stærðfræðimenntun á Íslandi gætti í vaxandi mæli frá því að hann tók að rita kennslubækur árið 1906 og kenna við Kennaraskóla Íslands sem var stofnaður 1908. Ólafur var frumkvöðull að því að stofnuð yrði stærðfræðideild við Menntaskólann í Reykjavík árið 1919. Hann var aðalstærðfræðikennarinn við deildina og kenndi við hana fram til 1941. Ólafur hafði ómæld áhrif á stærðfræðikennslu á Íslandi langt fram eftir tuttugustu öld. Kennslubækur hans í stærðfræði urðu mjög útbreiddar. Bækur þessar og áhrif þeirra eru aðalumfjöllunar efni þessarar greinar. Spurt er:

Hversu mikil áhrif höfðu kennslubækur Ólafs Daníelssonar í stærðfræði og skoðanir hans á íslenska stærðfræðimenntun á tuttugustu öld og hvaða skoðanir hafði hann á stærðfræðikennslu?

Ólafur Daníelsson var mikils metinn á Íslandi á tuttugustu öld og ýmsir hafa ritað um hann og verk hans. Guðmundur Arnlaugsson og Sigurður Helgason (1996) tóku saman ritið *Stærðfræðingurinn Ólafur Dan Daníelsson – Saga brautryðjanda* (90 bls.), greinargott yfirlit yfir líf, starf og fræðimennsku Ólafs. Einar H. Guðmundsson og Skúli Sigurðsson (2005) birtu greinina „Eðli rúms og tíma: Ólafur Dan Daníelsson og greinar hans um afstæðiskenninguna“ í *Raust – Tímariti um raunvísindi og stærðfræði*, þar sem þeir fjöll-uðu um skerf Ólafs til að kynna nýjustu kenningar um eðlisfræði á tímum þegar engin háskólakennsla eða rannsóknir á því sviði þekktust á Íslandi.

Kristín Bjarnadóttir (2006; 2007a; 2009) hefur ritað um sögu stærðfræðimenntunar á Íslandi þar sem Ólafs er getið sem áhrifavalds á stærðfræðimenntun á Íslandi á tuttugustu

öld. Greinin „Gróska og stöðnun í stærðfræðimenntun 1880–1970“ (Kristín Bjarnadóttir, 2009) myndar eins konar ramma um efni þessarar greinar, sem ætlað er að dýpka umfjöllun um verk Ólafs og hlutverk með því að ræða bækur hans hverja fyrir sig, greina stefnumörkun Ólafs í bókunum og rekja inntak þeirra og áhrif.

Rannsóknaraðferð

Efni allra kennslubóka Ólafs Daníelssonar í stærðfræði er rakið, grafist fyrir um líftíma bókanna og notkun og greind efnisumfjöllun höfundar og þær skoðanir sem hann setur fram í formálum. Leitað var heimilda um notkun bókanna í skólaskýrslum, sér í lagi *Skýrslu um Hinn almenna menntaskóla í Reykjavík* (1904–1936), en einnig öðrum skóla-skýrslum. Heimilda var leitað í sagnfræðiritum, lagasöfnum og tímaritum. Heimildir um æviágrip Ólafs Daníelssonar, Ágúst H. Bjarnasonar, Þorkels Þorkelssonar og Emils Jónssonar eru fengnar úr *Kennaratali* (Ólafur Þ. Kristjánsson, 1958–1965) nema annað sé tekið fram.

Bakgrunnur

Reykjavíkurskóli

Lærði skólinn fluttist frá Bessastöðum til Reykjavíkur í nýtt hús við Lækjargötu árið 1846. Hann hafði þá verið eini skólinn sinnar gerðar á landinu frá árinu 1801 er stólsskólarnir á Hólum og í Skálholti voru sameinaðir í Hólavallarskóla í Reykjavík. Skólinn fluttist að Bessastöðum árið 1805. Samkvæmt reglugerð fyrir Lærða skólann 30. júlí 1850 (*Kongelig resolution*, 1850) skyldi stærðfræði kennd í hverjum bekk. Ný lög um kennslu í lærðum skólum í Danmörku voru sett árið 1871 þar sem þeim var skipt í tungumála- og sögudeild og stærðfræði- og náttúrufræðideild. Í framhaldi af þeim var Lærða skólanum í Reykjavík sett ný reglugerð (Reglugjörð fyrir hinn lærða skóla í Reykjavík nr. 8/1877) þar sem skólinn varð að máladeild í samræmi við skólakerfi danska ríkisins (Kristín Bjarnadóttir, 2004). Stúdentspróf í stærðfræði var tekið eftir fjórða námsár samkvæmt reglugerðinni en nemandur sátu að jafnaði sex ár í skólanum.

Árið 1904 var skólanum sett bráðabirgðareglugerð þar sem heiti hans var breytt í Hinn almenni menntaskóli í Reykjavík og meðal annars var kennsla í grísku lögð niður. Reglugerðin átti rætur í nýjum lögum um danska menntaskóla sem sett voru 1903 (Heimir Þorleifsson, 1975, bls. 70–76). Reykjavíkurskóli varð þó verulega frábrugðinn dönsku menntaskólunum sem voru þá stytir í þriggja ára skóla en Reykjavíkurskólinn var sex ára skóli fram til 1946. Námsefnið í stærðfræði breyttist nokkuð árið 1904 (*Reglugjörð (bráðabirgða-) fyrir hinn almenna menntaskóla í Reykjavík* nr. 13/1904) og einnig árið 1908 (*Reglugjörð til bráðabirgða fyrir lærdómsdeild hins almenna menntaskóla í Reykjavík* nr. 4/1908). Fjöldi kennslustunda jókst lítillega. Kenndar voru tvær kennslustundir á viku á hverju námsári í lærdómsdeildinni eftir 1908 en stúdentspróf voru ekki skrifleg fyrir en eftir að stærðfræðideild hafði verið sett á stofn 1919 (*Skýrsla um Hinn almenna menntaskóla í Reykjavík* 1904–1936).

Ólafur Dan Daníelsson – líf og starf

Ólafur Dan Daníelsson (1877–1957) var bóndasonur frá Viðvík í Skagafirði. Hann settist í Lærða skólann í Reykjavík og lauk þaðan stúdentsprófi árið 1897. Kennari hans í stærðfræði var Björn Jensson, dóttursonur Björns Gunnlaugssonar stærðfræðings. Í minningarorðum vinar Ólafs, Sigurbjörns Á. Gíslasonar, segir: „Aldrei gleymdi hann gleði sinni og þakklæti er Björn Jensson opnaði honum vöfundarhús stærðfræðinnar“ (Sigurbjörn Á. Gíslason, 1957).

Ólafur einsetti sér að stunda háskólanám í stærðfræði þótt honum byðist styrkur til að nema verkfræði (Kristín Kaaber, dóttir Ólafs, munnleg heimild, 28. september, 2004). Ekki

var unnt að taka stúdentspróf úr stærðfræðideild frá Reykjavíkurskóla svo að Ólafur varð að vinna það upp á fyrsta námsári sínu í Kaupmannahöfn (Ólafur Daníelsson, 1897–1898). Í miðju námi við Kaupmannahafnarháskóla, árið 1901, hlaut hann gullpening háskólans fyrir verðlaunapraut, en síðasti Íslendingurinn sem slíka viðurkenningu hafði hlotið var Björn Gunnlaugsson árin 1818 og 1821 (Ottó J. Björnsson, 1997). Kennarar Ólafs voru Georg Zeuthen (1839–1929) og Julius Petersen (1839–1910). Rannsóknarsvið beggja var rúmfræði (Guðmundur Arnlaugsson og Sigurður Helgason, 1996). Julius Petersen var kunnur kennslubókahöfundur og kennslubækur hans voru kenndar við Reykjavíkurskóla í hartnær heila öld.

Ólafur lauk meistaraþrófi, mag. scient., árið 1904 og sigldi þegar til Íslands þótt honum byðist starf hjá dönsku tryggingafyrirtæki. Staða stærðfræðikennara við Reykjavíkurskóla losnaði sama ár er Björn Jensson lést. Ólafur sótti um hana en Sigurður Thoroddsen, sem starfað hafði sem landsverkfræðingur, var ráðinn. Ólafur var í lausamennsku næstu ár. Árið 1906 gaf hann út kennslubók sína, *Reikningsbók*. Jafnframt vann hann að doktorsritgerð sinni sem hann varði árið 1909, *Nogle Bemærkningar om algebraiske Flader der kunne bringes til at svare entydigt til en Plan Punkt for Punkt*. Ritgerðin var algebruleg rúmfræðikönnun á flötum í framhaldi af rannsóknum Zeuthens og fleiri stærðfræðinga þess tíma.

Kennaraskóli Íslands var stofnaður árið 1908 og Ólafur var ráðinn kennari í stærðfræði við skólann. Þar kenndi hann í tólf ár (Guðmundur Arnlaugsson og Sigurður Helgason, 1996). Alls brautskráðust 167 kennarar á árabílinu 1908–1920 sem Ólafur menntaði í stærðfræði (Freysteinn Gunnarsson, 1958). Hann lagði þannig grunn að stærðfræðikennslu í fræðsluferfi landsins sem stofnað hafði verið með fræðslulögum 1907 (*Lög um fræðslu barna* nr. 59/1907). *Reikningsbók* kom út í endurskoðaðri útgáfu (Ólafur Daníelsson, 1914) til að mæta þörfum kennaranemanna.

Nýr starfsferill Ólafs Daníelssonar hófst er hann var ráðinn að hinni nýju stærðfræðideild Menntaskólans sem stofnuð var 1919. Hann endurritaði *Reikningsbók* (Ólafur Daníelsson, 1920a). Síðan tók við hver kennslubókin af annarri: *Um flatarmyndir* (1920b), *Kenslubók í hornfræði* (1923) og *Kenslubók í algebru* (1927). *Reikningsbók* og *Kenslubók í algebru* urðu langlífari en rúmfræðibækurnar voru einungis prentaðar einu sinni.

Ólafur lét af kennslustörfum árið 1941, tæpra 64 ára að aldri, en sneri sér að tryggingareikningum hjá Sjóvátryggingafélagi Íslands. Honum var sýndur margvíslegur sómi. Íslenska stærðfræðafélagið var til dæmis stofnað á sjötugsafmæli hans, 31. október 1947. Hann lést skömmu eftir áttæðisafmæli sitt, 10. desember 1957.

Stærðfræðideild Hins almenna menntaskóla í Reykjavík

Umræður fóru fram á ýmsum vettvangi um Menntaskólann og hlutverk hans á árunum eftir 1904. Sumir vildu hverfa aftur til fyrra fyrirkomulags og hefja aftur kennslu í grísku en aðrir, til dæmis Ágúst H. Bjarnason (1875–1952), prófessor í heimspeki við nýstofnaðan Háskóla Íslands, bentu á brýna þörf Íslendinga fyrir tæknimenntað fólk. Ágúst hafði lokið stúdentsprófi í Danmörku og menntast í Kaupmannahöfn, Þýskalandi, Sviss og Frakklandi og hafði því víðari sjóndeildarhring í menntamálum en flestir landsmenn. Hann var ritstjóri tímaritsins *Iðunnar* um skeið þar sem rædd voru menningar- og dægurmál og bækur og önnur rit fengu umfjöllun og dóma. Ágúst sagði í grein í *Iðunni* 1919:

Nú er Ísland orðið fullvalda ríki og á að standa algerlega á eigin fótum. Við Ísl. eigum fyrir höndum að erja upp stórt og örðugt land og gera okkur það undirgefið. Við eigum eftir að beizla fossa okkar til þess að leiða ljós og yl yfir landið, til þess að vinna áburð úr loftinu og knýja allar vélar okkar. En kunnum við sjálfir nokkuð til þessa? Hér þarf sérfræðing á hverju strái; en enginn kann neitt

Í þeim efnum, sem okkur vanhagar mest um, á móts við það, sem útlendingar kunna fyrir sína löngu reynslu. Og þó fyllumst við belgingi og yrkjum kvæði á kvæði ofan um okkar eigin yfirburði og ágæti og höldum jafnvel sumir hverjir, að við séum öllum þjóðum fremri.

(Ágúst H. Bjarnason, 1919, bls. 80)

Út hafði komið sérprent með greinum eftir ýmsa forystumenn Norðlendinga: Stefán Stefánsson skólameistara Gagnfræðaskólans á Akureyri, Matthías Jochumsson o.fl., þar sem hvatt var til þess að Akureyrarskóli, sem þá var gagnfræðaskóli, yrði gerður að menntaskóla. Ágúst H. Bjarnason (1917) birti ritdóm um þessi skrif í *Iðunni*. Þar taldi hann Akureyrarskóla vissulega alls góðs maklegan en nefndi jafnframt að hann sjálfur og annar kennari við Hinn almenna menntaskóla í Reykjavík, Þorleifur Bjarnason bróðir hans, hefðu lagt fram rökstuddar tillögur um að skipta lærdómsdeild skólans í tvennt: máladeild og náttúrufræðideild, þegar verið var að undirbúa reglugerð lærdómsdeildar hans (*Reglugjörð til bráðabirgða fyrir lærdómsdeild hins almenna menntaskóla í Reykjavík nr. 4/1908*). Ágúst gerði það að tillögu sinni að annaðhvort yrði lærdómsdeildinni skipt í tvennt eða að náttúrufræðideildin yrði sett ofan við gagnfræðaskólann á Akureyri eins og hann orðaði það.

Þorkell Þorkelsson (1876–1961), síðar veðurstofustjóri, lauk cand. mag. prófi í eðlisfræði frá Hafnarháskóla árið 1903 og var því samtíða Ólafi Danielssyni í Kaupmannahöfn. Þorkell var kennari við gagnfræðaskólann á Akureyri 1908–1918. Það var því ekki fjarri lagi að stinga upp á að þar yrði lærdómsdeild með stærðfræði- og náttúrufræðideild. Málín voru einnig rædd á Alþingi og borin var upp eftirfarandi ályktun:

Alþingi ályktar að skora á stjórnina:

- I. Að rannsaka, hvort eigi muni hollara að gera hinn almenna menntaskóla aftur að lærðum skóla, með líku sniði og áður var, en greina hann frá gagnfræðaskólunum.
- II. Að rannsaka, hvort eigi mundi rjettara að skipta þeim lærða skóla í deildir síðustu árin, málfræðideild og stærðfræðideild, eða jafnvel fleiri.
- III. Að gera sem fyrst ráðstafanir til þessarar breytingar, svá fremi rannsóknin leiðir til þeirrar niðurstöðu.

(*Alþingistíðindi* 1918 A, bls. 469)

Málið hreyfðist ekki um haustið 1918 en umræðan hélt áfram. Emil Jónsson, síðar verkfræðingur og ráðherra, hafði lokið gagnfræðaprófi frá Flensborgarskóla í Hafnarfirði og sest síðan í lærdómsdeild Menntaskólans. Hann segir svo frá í endurminningum sínum:

Í stærðfræði var aðeins kennt mjög lítið. Í Menntaskólanum var þá engin stærðfræðideild, en öll áherzla lögð á málín. En þó að „pensum“ið væri ekki stórt í sniðunum réði kennarinn ekki við það, og öll kennslan var utangarnar ... maðurinn ... hefur sennilega verið þvingaður til að kenna stærðfræðina. Mér er eitt tilfelli sérstaklega minnisstætt frá þessari kennslu. Við höfðum verið að lesa um óræðar tölur, en í kennslubókinni var kaflinn um þetta hvorki langur né margbrotinn. Síðan fengum við heimadæmi – úr bókinni – til úrlausnar. Ég reiknaði dæmið og skilaði því. Útkoman var $\sqrt{3} + \sqrt{6}$ og ég var handviss um að hún var rétt. Þegar ég fékk dæmið aftur hafði kennarinn skrifað aftan við útkomuna $\sqrt{3} + \sqrt{6} = \sqrt{3+6} = \sqrt{9} = 3$. Ég varð alveg agndofa af undrun, því að þetta var slíkur „horror“, að lengra varð ekki komið, og sýndi algert skilningleysi.

(Emil Jónsson, 1973, bls. 33)

Emil sagðist hafa búið hjá Ólafi Daníelssyni og sýnt honum það sem kennarinn hafði skrifað. Ólafur hefði orðið mjög hneykslaður og farið til Jóns Magnússonar forsætisráðherra, og skýrt málið fyrir honum, og það með, að þetta væri ófært. Þetta mun hafa verið snemma árs 1919. Þá voru aðstæður breyttar. Þorkell Þorkelsson hafði flutt suður til Reykjavíkur árið 1918, var orðinn forstöðumaður nýstofnaðrar Löggildingarstofu (*Lög um mælitæki og vogaráhöld* nr. 78/1917) og tekinn að undirbúa stofnun Veðurstofu Íslands árið 1919.

Verkfræðingafélag Íslands var stofnað 1912 og lét til sín taka í umræðum enda voru það hagsmunir nemenda, sem vildu búa sig undir verkfræðinámi, að hægt væri að taka stúdentspróf úr stærðfræðideild innanlands. Þorkell Þorkelsson gekk í félagið á fundi 26. mars 1919 og upplýsti um leið að þeir Ólafur Daníelsson hefðu sótt um styrk til yfirvalda til að koma á fót og starfrækja stærðfræði- og náttúrufræðiskóla. Ætlast væri til að nemendur gætu tekið stúdentspróf við skóla þennan og að prófið gæfi rétt til inntöku í Verkfræðiháskólann í Kaupmannahöfn, Háskóla Íslands og aðra háskóla. Fundinum lauk með samþykkt tillögu um að Verkfræðingafélagið skoraði á Stjórnarráðið að komið yrði á fót þegar með byrjun næsta skólaárs fullkominni stærðfræði- og náttúrufræðideild við Menntaskólann eða, ef það þætti betur henta, séð fyrir sérstöku undirbúningsnámi undir Verkfræðiháskólann (Verkfræðingafélag Íslands, 1919, bls. 70–72).

Ágúst H. Bjarnason tók málið upp aftur í lðunni, rakti fyrri hugmyndir sínar um að skipta lærdómsdeildinni og sagði:

Við [bræðurnir] sömdum þá tímatöflu fyrir báðar deildirnar og sýndum fram á með rökum að þetta mundi ekki kosta nema 1 – 2 fastakennara í viðbót ... allir þeir, sem hafa verkfræði viljað stunda, [hafa] orðið að eyða 1 – 1 ½ ári af hinum dýrmæta námstíma sínum erlendis til þess að vinna þessa vanrækslu upp ... allt þetta gerir nú það að verkum, að við höfum miklu færri verkfróðum mönnum á að skipa en þörf er á í nánustu framtíð og þurfum ef til vill að fá erlenda menn í þeirra stað til þess að stjórna verkfræðisfyrirtækjum vorum. Ef nú á að fara að beizla fossana, vantar okkur heilan hóp innlendra manna, sem þar hefðu getað lagt hönd á plóginn ...

Nú hefur stjórnarráðinu borist umsókn frá 2 mætum mönnum, stærðfræðingnum dr. Ólafi Daníelssyni og eðlisfræðingnum Þorkeli Þorkelssyni um 12.000–14.000 kr. styrk úr landssjóði til þess að stofna skóla, er búi menn undir stúdentspróf með sérmenntun í stærðfræði og eðlisfræði, svo að Íslendingar geti hér eftir sem aðrir komist próflítið eða próflaust í verkfræðingaskóla í öðrum löndum. ... Menntaskólanum sjálfum væri það fyrir beztu, eins og nú er komið, að fá hættulegan og harðsnúinn keppinaut. Þá færi hann sjálfsagt að sjá að sér bæði í einu og öðru sem honum nú er áfátt um. En við höfum ekki ráð á þessu ... og því legg ég það nú til, að lærdómsdeildinni verði þegar á næsta ári tvískipt og þessir tveir menn fengnir til að veita stærðfræði- og eðlisfræðideildinni forstöðu. Þá væri málinu borgið, þótt það sé nokkuð um seina ... hefði átt að gerast fyrir liðugum 10 árum, þegar fyrst var stungið upp á því ... Ég vona að frá hinni nýju deild komi eins fríð sveit að öllu andlegu atgjörvi og eins þjóðnyt, eins og þegar École polytechnique á Frakklandi var stofnaður í mótsetningu við École normale. Þaðan runnu allir frumherjar vísindanna, er gerðu Frakkland um skeið að forystulandinu í öllum vísindalegum og verklegum framförum. (Ágúst H. Bjarnason, 1919)

Áskoranir Ágústs, Ólafs, Þorkels og Verkfræðifélagsins urðu að lokum til þess að stærðfræðideild var stofnuð við Hinn almenna menntaskóla í Reykjavík árið 1919 og Ólafur Daníelsson var ráðinn kennari í stærðfræði við hina nýju deild. Þorkell Þorkelsson kenndi

eðlisfræði 1920–1928. Engin reglugerð var gefin út en ákveðið að kenna námsefni samkvæmt dönskum reglum um stærðfræðideildir og mun þá átt við reglugerð um danska menntaskóla samkvæmt lögnum frá 1903. Ekkert nám var þá í boði við Háskóla Íslands í stærðfræði eða verkfræði en gert var ráð fyrir að nemendur í báðum löndum stefndu einkum til náms í Fjöllistaskólanum [Verkfræðiskólanum, Det polytekniske Lærestalt] í Kaupmannahöfn (Heimir Þorleifsson, 1981, bls. 63–64). Námsefnið var að lokum skilgreint með reglugerð árið 1937. Þar sagði um stærðfræði:

a. Í máladeild: Nemendur skulu læra notkun stærðfræði og æfast í exakt hugsun. Skal fyrst fara rækilega yfir undirstöðuatriði námsefnis gagnfræðadeildar. Síðan skulu nemendur læra algebru, nokkur undirstöðuatriði hornafræði og ágrip af hagnýtri stærðfræði.

b. Í stærðfræðideild: Nemendur skulu læra rækilega um reellar tölur, föll og einfaldar rúmmyndir og fá leikni í talnareikningi og meðferð stærðfræðilegra formúlna. – Farið skal rækilega yfir undirstöðuatriði námsefnis gagnfræðadeildar. Síðan skulu nemendur læra algebru og geometríu og allýtarlegt ágrip af hornafræði, analytiskri geometríu og differential- og integralreikningi.

(Reglugerð fyrir Menntaskólann í Reykjavík nr. 3/1937)

Við stofnun stærðfræðideildarinnar var stærðfræði úthlutað sex kennslustundum á ári í þrjú ár. Kennslubækur voru danskar í fyrstu: *Arithmetik og Algebra til Brug ved Gymnasiet og Realskolen* (Petersen, 1906), *Lærebog i Plangeometri for Gymnasiets sproglige og matematisk-naturvidenskabelige Linier samt Realklassen* (Petersen, 1914), *Lærebog i Trigonometri* (Hansen, 1919), *Lærebog i Differential- og Integralregning* (Hansen, 1921b), *Lærebog i analytisk Plangeometri* (Hansen, 1921a) *Lærebog i Stereometri* (Hansen, 1920) og *Tillæg til Arithmetik og Algebra* (Hansen, 1921c). C. Hansen og síðar Albert Kristensen endurskoðuðu kennslubækur eftir Julius Petersen, kennara Ólafs, sem lést árið 1910. Flestar eða allar þessar bækur komu út í fjölmörgum útgáfum. Bækur Ólafs Daníelssonar, *Um flatarmyndir og Kenslubók í hornafræði*, tóku við af *Plangeometri* Petersens, báðum bókunum, fyrir Mellemsko len og Gymnasiet, og *Trigonometri* Hansens þegar þær komu út. *Plangeometri for Gymnasiet* var þó haldið í máladeild (*Skýrsla um hinn almenna menntaskóla í Reykjavík, 1904–1936*).

Reglugerðin 1937 var í gildi fram yfir seinni heimsstyrjöld er afdrifaríkar breytingar voru gerðar með lögum um menntaskóla nr. 58/1946. Þá voru menntaskólarnir styttnir um tvö ár og gerðir að fjögurra ára skólum. Fyrirmælin um námsefni máladeildar og stærðfræðideildar voru þó næsta óbreytt fram til 1971, aðeins breytt til samræmis við að gagnfræðadeild skólans var horfin (*Reglugerð fyrir Menntaskóla nr. 175/1951; Reglugerð um menntaskóla nr. 12/1971*).

Fyrirum nemandi Ólafs, Guðmundur Arnlaugsson, tók við kennslunni við Menntaskólann í Reykjavík að lokinni heimsstyrjöldinni síðari. Smám saman breyttist val kennslubóka en stærðfræðikennslan við menntaskólana miðaðist áfram við að nemendur yrðu gjaldgengir við Verkfræðiskólann í Kaupmannahöfn. Fyrrihlutanám í verkfræði hófst að vísu við Háskóla Íslands árið 1940 vegna rofinna tengsla við Danmörku en Háskólinn tók ekki að brautskrá verkfræðinga fyrr en 1974 (*Lög um Háskóla Íslands nr. 84/1970*), sé árið 1946 frátalið er einn árgangur lauk verkfræðiprófi hérlendis.

Íslenskar kennslubækur í notkun fyrir 1906

Allmikil gróska var í útgáfu kennslubóka í reikningi á tímabilinu frá 1869 er *Reikningsbók* Eiríks Briem kom fyrst út og fram til fyrri heimsstyrjaldar (Kristín Bjarnadóttir, 2010a). Bækurnar voru þessar helstar:

- *Reikningsbók* eftir Eirík Briem (1869), 10. prentun 1911.
- *Reikningsbók* eftir Þórð J. Thoroddsen (1880).
- *Reikningsbók handa alþýðuskólum* eftir Morten Hansen (1890), 6. útgáfa 1911.
- *Reikningsbók handa börnum* eftir Ögmund Jónsson (1900).

Bækur þeirra Mortens Hansens og Ögmundar Jónssonar eiga það sammerkt að þær eru safn dæma ætlaðra litlum börnum sem voru ef til vill lítt læs. Dæmin virðast valin og þeim raðað upp með það fyrir augum að þau styrki skilninginn smám saman og kennari fylli jafnharðan upp í með útskýringum.

Reikningsbækur þeirra Eiríks Briem og Þórðar J. Thoroddsen voru ætlaðar eldri nemendum sem voru vel læsir. Þær voru notaðar til kennslu í gagnfræðaskólunum tveimur sem þá voru til, Gagnfræðaskólanum á Möðruvöllum í Hörgárdal og Flensborgarskóla í Hafnarfirði, bók Eiríks þó mun lengur. Hún var einnig notuð við Lærða skólann 1875–1883 (*Skýrsla um gagnfræðaskólann á Möðruvöllum, 1880–1905; Skýrsla um Alþýðu- og gagnfræðaskólann í Flensborg, 1883–; Skólaskýrsla fyrir Reykjavíkur lærða skóla, 1875–1883*).

Fleiri bækur birtust um svipað leyti og fyrsta bók Ólafs Daníelssonar kom út:

- *Reikningsbók handa unglíngum* eftir Sigurð Jónsson (1906), er safn dæma í 31 kafla þar sem hver kafli hefst á skýringardæmi og skýringardæmum er skotið inn á milli æfinga.
- *Reikningsbók* eftir Jónas Jónasson (1906) frá Hrafnagili, útgefin í annarri prentun endurbættri 1911, er með töluverðu lesmáli, ætluðu til að skýra „hvers vegna svona er reiknað og ekki öðru vísi“.

Segja má því að töluverð gróska hafi verið í útgáfu reikningsbóka þegar Ólafur Daníelsson steig fram á sviðið með fyrstu gerð *Reikningsbókar* sinnar. Skömmu síðar, árið 1911, hóf vinur Ólafs sem gerði stærðfræðikennslu að ævistarfi, Sigurbjörn Á. Gíslason, að gefa út bók sína:

- *Reikningsbók* eftir Sigurbjörn Á. Gíslason (1911–1914), í sex heftum.

Og bækurnar urðu fleiri áður en stöðnun varð í útgáfumálum eftir 1930:

- *Reikningsbók handa alþýðuskólum* eftir Jörund Brynjólfsson og Steingrím Arason (1914) var endurútgefin tvisvar og kom að lokum út 1928 í endurskoðaðri útgáfu Steingríms.
- *Reikningsbók handa börnum* eftir Elías Bjarnason (1927; 1929) kom út í tveimur bindum. Hún var síðar valin til útgáfu hjá Ríkisútgáfu námsbóka.

Aðgengi til náms í upphafi tuttugustu aldar

Lög um fræðslu barna nr. 59/1907 færðu Íslendingum ærin verkefni við að koma á fót skólum og útvega kennara. Flensborgarskólinn bauð upp á sex vikna löng kennarannámskeið á árunum 1892–1895 og árin 1896–1908 var kennarannámið í Flensborg heils árs nám. Kennaraskóli Íslands var síðan stofnaður (*Lög um kennaraskóla í Reykjavík* nr. 63/1907) og tók til starfa 1908. Ólafur Daníelsson var fyrsti kennarinn þar í stærðfræði eins og áður sagði.

Menntaskólinn í Reykjavík var á margan hátt einráður um eigin málefni, svo sem náms-efni og inntöku nemenda, en laut Alþingi og ríkisstjórn. Aðsókn að skólanum jókst verulega á þriðja áratug tuttugustu aldar. Jónas Jónsson frá Hriflu varð menntamálaráðherra árið 1927. Honum var þyrnir í augum þessi mikla aðsókn að því sem hann taldi embættis-

mannaskóla og fékk því til leiðar komið að aðgangur að Menntaskólanum í Reykjavík var takmarkaður við 25 nýnema á ári samkvæmt bréfi frá kennslumálaráðuneytinu dags. 10. júlí 1929 (*Skýrsla um hinn almenna menntaskóla í Reykjavík, skólaárið 1928–1929*). Gagnfræðaskólanum á Akureyri var breytt í sex ára menntaskóla (*Lög um Menntaskóla á Akureyri* nr. 32/1930). Jafnframt stofnaði hann gagnfræðaskóla í Reykjavík (*Lög um bráðabirgða-ungmennafræðslu* nr. 68/1928) þar sem leggja skyldi áherslu á ýmsar gagnnýtar greinar meðfram bóklegum greinum. Reiðir foreldrar stofnuðu Gagnfræðaskóla Reykvíkinga árið 1928 og Ágúst H. Bjarnason var ráðinn skólastjóri. Því var síðan til leiðar komið að gagnfræðapróf frá skólanum gildi sem inntökupróf í lærdómsdeild Menntaskólans í Reykjavík (Guðjón Friðriksson, 1992, bls. 24–25).

Lög um fræðslu barna (nr. 59/1907) tryggðu börnum lágmarksmenntun en eftir því sem leið á öldina varð mönnum betur ljós þörfin fyrir unglingskóla. Einkareknir skólar voru nokkrir stofnaðir á fyrstu árum aldarinnar en Lög um héraðsskóla (nr. 37/1929) og Lög um gagnfræðaskóla (nr. 48/1930), sem sett voru á stjórnarárum Jónasar Jónssonar, breyttu verulega aðgengi ungs fólks að menntun. Gagnfræðaskólar voru stofnaðir í stærstu bæjum og héraðsskólar í sveitum auk bændaskóla og húsmæðraskóla.

Nýju skólarnir urðu þó ekki til að draga úr áhuga nemenda og foreldra á inngöngu í menntaskólana. Þar voru haldin inntökupróf en með *Lögum um menntaskóla* (nr. 58/1946) var vald menntaskólanna til að velja nemendur afnumið og landsprófi miðskóla komið á sem inntökuprófi í menntaskólana. Prófið var haldið í miðskólum, gagnfræðaskólum og héraðsskólum um allt land jafnframt því sem menntaskólarnir voru styttilir. Í fyrstu skyldu námskröfur samsvara sem næst námskröfum við Menntaskólann í Reykjavík skv. reglugerð nr. 3/1937 (*Bráðabirgðareglur um miðskólapróf í bóknámsdeild* nr. 24/1946). Landsprófið var haldið á árunum 1946–1976 er við tók samræmt próf grunnskóla.

Vorið 1945 var því haldið gagnfræðapróf upp úr 2. bekk við Menntaskólann í Reykjavík í síðasta sinn samkvæmt reglugerð skólans frá 1937 að öllu leyti á ábyrgð skólans sjálfs. Náms efni til landsprófs var hið sama og verið hafði undir gagnfræðaprófið. Kennslubækurnar voru hinar sömu og notaðar höfðu verið í menntaskólunum, *Reikningsbók og Kennslubók í algebru* eftir Ólaf Daníelsson og *Kennslubók í rúmfræði* eftir Julius Petersen í þýðingu Sigurkarls Stefánssonar, stærðfræðikennara við skólann og eins af fyrstu nemendum Ólafs Daníelssonar úr stærðfræðideild. Má ætla að það hafi verið ákveðið til að sætta yfirvöld Menntaskólans í Reykjavík við hina nýju skipan. Strax næsta ár var dregið úr námsefninu í stærðfræði þannig að rúmfræðin var felld niður en annað námsefni hélst óbreytt (Bjarni Vilhjálmsson, 1952; Einar Magnússon, 1975, bls. 90; *Drög að námsskrám fyrir barnaskóla og gagnfræðaskóla*, 1948). Steinþór Guðmundsson, guðfræðingur og kennari, sá um landspróf miðskóla í stærðfræði árin 1946–1962 af hálfu landsprófnefndar (Kristín Bjarnadóttir, 2006, bls. 420).

Ríkisútgáfa námsbóka

Áratugurinn 1930–1940 hefur verið kallaður kreppuárin. Umræður fóru fram á Alþingi um að fjölskyldur hefðu ekki efni á að kaupa kennslubækur fyrir börn. Niðurstaðan eftir margra ára umræður varð að sett voru *Lög um Ríkisútgáfu námsbóka* (nr. 82/1936). Höfðu þau mikil áhrif á útgáfu námsbóka næstu áratuginna (Ingvar Sigurgeirsson, 1987).

Fyrstu árin voru allmargar kennslubækur gefnar út fyrir skyldunámsstigið sem þá var upp að 14 ára aldri. Mikil verðbólga í upphafi fjórða áratugarins dró verulega úr styrk útgáfunnar þar til lögunum var breytt árið 1956 og fjárhagur útgáfunnar styrktur. Samkvæmt lögunum átti að leitast við að hafa val um að minnsta kosti tvær kennslubækur í hverri námsgrein. Svo var í fyrstu um kennslubækur í reikningi en þegar fram liðu stundir var

einungis ein kennslubók í boði fyrir 10–13 ára nemendur, *Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar*, sem gefin var út í nýrri útgáfu (Elías Bjarnason, 1939–1941). Var svo fram til 1970 er tilraunanámsefni eftir Agnete Bundgaard, þýtt úr dönsku og kennt við „nýja stærðfræði“, kom til sögunnar (Kristín Bjarnadóttir, 2006, bls. 206–210, 293).

Rannsóknin – Kennslubækur og kennsla

Ólafs Daníelssonar

Guðmundur Arnlaugsson, rektor Menntaskólans við Hamrahlíð, sagði í bókinni, *Stærðfræðingurinn Ólafur Dan Daníelsson – Saga brautryðjanda* (Guðmundur Arnlaugsson og Sigurður Helgason, 1996, bls. 20) að kennslubækur Ólafs hefðu verið afrek, þær bæru áhuga, bjartsýni og hagleik Ólafs við ritstörf órækt vitni og útgefendur hefðu þurft stórhug og dirfsku til að gefa út rit um svo nýstárleg efni. Undir það má sannarlega taka. Þær voru brautryðjandi verk. Kennslubækur í reikningi höfðu margar verið samdar og nokkrar kennslubækur í algebru en bækur Halldórs Briem (1889; 1892) um rúmfræði allöngu áður. Ólafur, sem hafði stundað háskólanám í stærðfræði, hafði aðrar hugmyndir um kennslu í stærðfræði en eldri höfundar. Margir þeirra voru menntaðir í guðfræði en nokkrir voru úr kennarastétt sem tók að myndast um aldamótin. Ólafur lýsti skoðunum sínum gjarnan í formálum bókanna. Verða þær raktar ásamt efni bókanna og umræðu um efnistösk.

Reikningsbók Ólafs Daníelssonar (1906)

Fyrsta útgáfa *Reikningsbókar* kom út árið 1906, 84 blaðsíður í litlu broti. Efni hennar var reikniaðgerðirnar fjórar í heilum tölum, nefndum tölum, þ.e. með mæli- og mynteiningum, almennum brotum og tugabrotum sem skilgreind voru út frá almennum brotum. Henni lauk með brotabrotum. Nefndu tölurnar voru brýn nauðsyn þar sem metrakerfið var ekki leitt í lög á Íslandi fyrr en 1907 og það var aðeins nefnt stuttlega til fróðleiks um mælieiningar sem voru notaðar annars staðar í Evrópu en í Danmörku og Englandi. Nemendur þurftu að reikna lengdir í mílum, föðmum, álnum, fetum og þumlungum og þyngd í vættum, fjórðungum og pundum. Hverri reikniaðgerð í ónefndum tölum fylgdu leiðbeiningar um hugarreikning fremur en beinar æfingar.

Ólafur lýsti ætlan sinni í formála bókarinnar:

Þetta litla kver á, frá minni hálfu, að vera tilraun til þess að bæta úr tveim göllum, sem mjer þykja vera á flestum eða öllum reikningsbókum vorum; er annar sá að þær gefa alls engar skýringar, jafnvel ekki á einföldustu reikningsaðferðunum, og læra því margir aðferðirnar utanað, án þess að skilja hvernig á þeim stendur; og það því fremur, sem ýmsa af þeim er við kennslu fást mun vanta nægilega leikni í því að skýra eðli reikningsins frá rótum, án þess að hafa til þess neinn stuðning af kennslubókunum. En hinn gallinn er sá, að dæmin í þeim eru yfir höfuð helzt til ljett, og er hvert þeirra optast nær miðað aðeins við eina reikningsaðferð. Nemandinn getur því getið sjer til aðferðarinnar án þess að skilja dæmið. Þetta hef jeg viljað koma í veg fyrir. Jeg hef á eptir hverri grein haft nokkrar æfingar í því að beita þeim aðferðum jafnhliða, sem á undan eru komnar, og yfir höfuð að tala hef jeg leitast við að velja dæmin þannig, að þau ekki verði reiknuð, nema þau sjeu skilin til fulls.

(Ólafur Daníelsson, 1906, bls. iii)

Rétt er að skoða hvað höfundur á við þegar hann segir um eldri kennslubækur: „... þær gefa alls engar skýringar, jafnvel ekki á einföldustu reikningsaðferðunum, og læra því margir aðferðirnar utanað, án þess að skilja hvernig á þeim stendur“. Þetta getur átt við nýlegar kennslubækur eftir Morten Hansen (1890) og Ögmund Jónsson (1900) sem voru ætlaðar til skólakennslu fyrir lítil börn sem voru ef til vill ekki læs.

Ólafur sagði í lok formálans:

Bók þessi er sérstaklega ætluð unglingum; en jeg þykist þó viss um að vel megi nota hana við byrjendakennslu í reikningi, og þyrfti þá kennarinn ef til vill að bæta við dæmum er miðuð væru við þroskastig nemendanna; en það er hægðarleikur fyrir hvern góðan kennara.

(Ólafur Daníelsson, 1906, bls. iv)

Bækur fyrir unglinga, sem komnar voru út fyrir 1906, voru bækur Eiríks Briem, Þórðar Thoroddsen og Sigurðar Jónssonar. Bók Sigurðar var safn æfingadæma. Ekki er vitað til þess að bók Þórðar hafi orðið útbreidd. Bók Eiríks var nokkuð komin til ára sinna, orðin 37 ára, en átti enn eftir að verða prentuð í nýju upplagi 1911. Eiríkur mun hafa verið undir nokkrum áhrifum frá heimspekingnum Spencer og þýddi rit hans (Spencer, 1984) en Spencer setti fram uppeldiskennningar byggðar á hugmyndum Pestalozzis. Spencer lagði megináherslu á að styrkja frumkvæði nemenda og getu þeirra til að draga eigin ályktanir (Myhre, 2001). Orð Eiríks í formála bókar sinnar (Eiríkur Briem, 1880), þar sem hann segist hafa leitt hjá sér að færa rök fyrir reglum þeim er settar eru, bera vott um áhrif frá kenningum Spencers um að láta nemandanum eftir röksemdafærslu og veita honum tækifæri til að uppgötva sjálfur og nema á eigin spýtur. Ólafur Daníelsson vildi hins vegar skýra eðli reikningsins frá rótum þar sem því varð við komið.

Brotareikningi fylgir óhjákvæmilega að finna þarf stærstu styttingartölu brots og minnsta samnefnara tveggja eða fleiri brota. Athygli vekur að Ólafur sýndi greinargóðan rökstuðning á tveimur blaðsíðum fyrir leit að stærstu styttingartölu með reikniriti Evklíðs þótt kverið væri stutt og miðað við byrjendur. Hann útskýrði líka að finna þurfi tölu, samnefnara, sem allir nefnarar summu eða mismunar ganga upp í, og heppilegt sé að samnefnarinn sé sem minnstur. Hann virðist ekki hafa talið tímabært að kynna hugtakið frumtala (prímtala) og varð því að setja fram óskýrða aðferð við að finna minnsta samnefnara (Ólafur Daníelsson, 1906, bls. 50–59). Sigurbjörn Á. Gíslason (1913, bls. 3–8) kynnti frumtölur til sögunnar í *Reikningsbók* sinni um sama efni sem hann gaf út nokkrum árum síðar en Ólafur. Frumtölurnar gerðu honum mögulegt að færa rök fyrir samsetningu minnsta samnefnara, aðferð sem kemur sér vel þegar komið er að algebrubrotum. Ólafur kaus að gera það ekki og kynnti ekki frumtölur fyrr en aftast í *Kennslubók í algebru* (Ólafur Daníelsson, 1927, bls. 138–141). Þar sannaði hann að talan t verður ekki leyst í t heila þætti stærri en 1, eftir að hafa sagt að þetta sé auðséð, sem það er þó alls ekki. Vafalaust hefur hann sleppt umfjöllun um frumtölur þar til svo seint af ráðnum hug. Verður það þó að teljast miður að hann skyldi ekki velja leið Sigurbjörns þar sem flestir lesendur Ólafs hafa væntanlega látið sér framangreinda sönnun í léttu rúmi liggja en hefðu ella átt kost á að öðlast dýrmætan talnaskilning fyrr.

Dæmin í *Reikningsbók* eru fjölbreytt miðað við svo litla bók. Um það bil helmingur dæmanna er með texta, svonefnd orðadæmi. Sum eru skemmtileg og öll virðast hafa verið frumsamin. Í einu dæmanna kemur aldur höfundarins fram: „Ég verð 29 ára á árinu 1906. Hvenær verð ég sextugur ef ég lifi?“ (Ólafur Daníelsson, 1906, bls. 16). Annað dæmi á sömu blaðsíðu um mann, sem var spurður um aldur sinn, segir að hann hafi svarað: „Ef ég lifi þar til ártalið næst verður skrifað með sömu stöfum og nú (1906) þá verð ég 100 ára.“ Dæmi af þessu tagi sem upplýsa um ritunartíma bóka eru algeng og hafa verið notuð til að geta sér til um aldur bóka í handritum (Maanen, 1993).

Reikningsbók Ólafs Daníelssonar (1914)

Ætla má að Ólafur hafi stuðst við *Reikningsbók* sína frá 1906 í kennslu sinni við Kennarskólann eftir að hann tók til starfa árið 1908 en fundist fljótlega að hún næði of skammt. Árið 1914 kom út ný gerð bókarinnar. Raunar má líta á hana sem viðbót við útgáfuna frá

1906 fremur en endurskoðun. Ólafur sagði í formála að hann ætlaðist til þess að þeir sem bókina læsu hefðu áður numið fjórar höfuðgreinar reiknings í heilu og brotnu og hefðu sæmilega leikni í að fara með tölur. Ennfremur hefði hann auðvitað haft Kennaraskólann fyrir augum við samningu hennar en vonandi gæti hún komið að notum hverjum þeim sem vildi æfa sig í því að leysa úr einföldum verkefnum enda væru vandfengin einfaldari og snotrari viðfangsefni en lagleg reikningsdæmi (Ólafur Daníelsson, 1914, formáli). Bókin hófst á umfjöllun um metrakerfið sem lögtekið var 1907 og brýnt að kynna fyrir landsmönnum. Síðan var haldið yfir í þríliðu, algengt form hlutfallareiknings sem var ekki nefnt í fyrri bókinni. Þessu næst var kynntur félagsreikningur, annað afbrigði hlutfalla-reiknings, öfug hlutföll, og prósentu- og vaxtareikningur. Þá tóku við jöfnur, sem nefndar voru líkingar, með einni og tveimur óþekktum stærðum, á 22 blaðsíðum.

Bókinni lauk á rúmfræði. Umfjöllunin hófst á skilgreiningum á samsíða línunum og sönnun þess að summa horna í þríhyrningi væri 180° . Gert var ráð fyrir að nemandinn gæti reiknað stærðir horna í sextugakerfi í gráðum, mínútum og sekúndum. Einingarferningur var kynntur sem flatareining, síðan ferningsrót og sýnd sönnun Pýþagórasarreglu. Flatarmál trapisu og hrings fylgdu í kjölfarið. Bókinni lauk með rúmmáli strendinga, kefla og toppstrendinga, þ.e. pýramída og keilu. Reglurnar voru settar fram með almennum rökstuðningi án sönnunar. Að lokum var kynnt, án rökstuðnings, námundunarregla um rúmmál og yfirborð kúlu: að þessar stærðir væru $11/21$ af rúmmáli og yfirborði umritaðs tenings. Engar myndir eða táknmál fylgdu þessum rúmmálsreglum sem komust fyrir á tveimur blaðsíðum. Íhugunarvert er hversu aðgengilegur svo einfaldur texti í frásagnarstíl getur verið, jafnvel fyrir ókunnuga. Táknmálið sjálft er oft þröskuldur, gjarnan óárennilegt að sjá. Ekki er óhugsandi að skynsamt fólk sem læsi þennan stutta texta með opnum huga gæti gert sér efni hans skýrt í hugarlund.

Textinn gæti litið út svo á táknmáli: Sé hlið tenings $2r$ er rúmmál hans $8r^3$ og $11/21$ er því $(88/21)r^3$. Yfirborð teningsins er $24r^2$ og yfirborð kúlunnar þá $(88/7)r^2$. Algengt var að námunda pí, π , með brotinu $22/7$. Sé táknið π sett inn fyrir $22/7$ er $11/21 = \pi/6$. Þá verður rúmmál kúlunnar $(4/3)\pi r^3$ og yfirborð hennar $4\pi r^2$, alþekktar formúlur sem Arkimedes (287–212 f. Kr.) leiddi út á sinni tíð.

Reikningsbók Ólafs Daníelssonar (1920a)

Reikningsbók varð ekki langra lífdaga auðið í útgáfunni frá 1914, enda hafa eflaust margir saknað grunnatriðanna úr fyrstu útgáfunni. Ný útgáfa af *Reikningsbók* kom út 1920, endurskoðuð og nokkuð aukin miðað við útgáfuna 1914. Hún hófst á stuttri umfjöllun um reikningsmerkin og það sem nú er nefnt forgangur reikniaðgerða en hét þá að reikningsmerkin + og – skiptu „liðum“ en það gerðu reikningsmerkin • og : ekki (Ólafur Daníelsson, 1920a, bls. 1–3). Hér eru mörk þess sem skýrt verður með rökum og þess sem kalla má siðvenjur í framsetningu sem þarf að muna og gæta sín á en verður ekki rökstutt nema með mótdæmum sem leiða til þversagna.

Síðan var haldið yfir í nefndar tölur. Metrakerfið með frumeiningunum metra, lítra og grammi var nú meginefnið og ekki lengur skírskotað til eldri mælieininga: þumlunga, potts og kvints, eins og í útgáfunni frá 1914 en umfjöllunin var að öðru leyti endurprentuð. Í stað þess að vinda sér í dæmi bættist nú við umfjöllun um tugabrot út frá metrakerfinu og breytingar milli eininga í því. Bendir það til þess að meðferð tugabrota hafi verið nokkuð snöggsóðin í útgáfunni 1914. Þessu næst tóku við 26 bls. um reikniaðgerðirnar fjórar í tugabrotum og almennum brotum. Ólafur kynnti reiknirit Evklíðs til að finna stærsta samdeili tveggja talna (1920a, bls. 26) en nú án rökstuðnings sem hafði tekið tvær blaðsíður í litla kverinu 1906. Telja má miður að rökstuðningnum var sleppt í útgáfunni 1920. Ólafur hefur líklega talið að skýringarnar færu fyrir ofan garð og neðan. Ennfremur sýndi hann sömu aðferðina og áður til að finna minnsta samnefnara en skýrði hana ekki (1920a, bls.

28–29) en hvatti raunar til þess að leita samnefnarans í huganum. Aðferðin var ekki ný en átti eftir að lifa lengi í kennslubókum í reikningi fyrir börn, til dæmis í *Reikningsbók handa börnum* eftir Elías Bjarnason (1929, bls. 17–18) sem varð mjög útbreidd og kennd í skólum fram undir 1980.

Eftir brotin var haldið áfram á sama hátt og 1914. Þríliða var skilgreind út frá hlutföllum í stað hinnar fornu aðferðar með forlið, miðlið og afturlið, sem Eiríkur Briem hafði fylgt (Kristín Bjarnadóttir, 2010b). Umfjöllunin var næsta lík því sem var 1914 en dæmum hafði fjölgað. Dæmin um öflug hlutföll fjölluðu til dæmis um skurðgröft, afköst sláttumanna og endingu vara, s.s. tóbaks. Umfjöllun um prósentur, vexti og víxla var hvorki breytt né dæmum fjölgað þótt orðalagi væri nokkuð hnikað. Í lokin voru varnaðarorð um að þríliða eigi ekki alltaf við. Má segja að það hafi verið vonum seinna. Umfjöllun um þríliðu var hartnær þriðjungur kennslubókarinnar og nemendur verða oft svo leiknir í henni að þeim getur farið að finnast að henni megi beita við fleiri tækifæri en við á. Það var skoðun sem Halldór Elíasson (1966) setti fram í grein um stærðfræði og stærðfræðikennslu. Orðið þríliða sást ekki í kennslubókum eftir grein Halldórs. Vissulega var haldið áfram að kenna um hlutföll á tímum „nýju stærðfræðinnar“ og eftir hana en vart í sama mæli og tíðkast hafði.

Rúmfræðin var endurprentuð frá útgáfunni 1914. Höfundur hafði þó bætt við snotrum formúlum um rúmmál afskorinna toppa en hann leiddi þær ekki út. Dæmin voru endurprentuð óbreytt.

Reikningsbók í gerðinni frá 1920 hafði mikil áhrif. Hún var gefin út sjö sinnum, síðast 1956, en lítillega aukin og endurbætt 1926, 1938 og 1944. Hún var strax tekin upp til kennslu í Gagnfræðaskólanum á Akureyri þar sem Þorkell Þorkelsson hafði notað áður útgáfuna frá 1914 (*Skýrsla um Gagnfræðaskólann á Akureyri*, 1906–1940). Hún var tekin upp til notkunar í fyrsta bekk Hins almenna menntaskóla í Reykjavík árið 1927 en áður hafði verið notuð dönsk kennslubók eftir Meier (1902) (*Skýrsla um Hinn almenna menntaskóla* 1904–1936) og um svipað leyti, árið 1926, við Héraðsskólann að Núpi í Dýrafirði (Aðalsteinn Eiríksson, munnleg heimild). Þá var hennar getið í skýrslu um Héraðsskólann að Laugarvatni árið 1933 (*Rit Nemendasambands Laugarvatnsskóla*, 1933). Hún var lögð til grundvallar landsprófi miðskóla frá upphafi, 1946 (Bjarni Vilhjálmsson, 1952) og hennar var getið árið 1968 í *Drögum að námsskrá í landsprófsdeildum miðskóla* (Menntamálaráðuneytið, 1968). Þá voru aðrar kennslubækur komnar til sögunnar og líklega fáir nemendur sem lásu þessa kennslubók í lok landsprófstímabilsins.

Um flatarmyndir (1920b)

Breytingar urðu á högum Ólafs Daníelssonar er hann tók við stærðfræðikennslu í Hinum almenna menntaskóla í Reykjavík árið 1919. Hann kenndi við Kennaraskólann um eins árs skeið á meðan stærðfræðideildin óx fram en tók til óspilltra málanna við að útbúa kennslubækur við hæfi hins nýja nemendahóps. Danskar kennslubækur höfðu verið notaðar í Menntaskólanum í Reykjavík um langa hríð. Kennslubók í rúmfræði, *Lærebog i den elementære Plangeometri* eftir Julius Petersen (1876) var tekin til kennslu árið 1877, árið sem reglugerðin var sett um að skólinn yrði að máladeild. Hún varð frá 1909 að *Lærebog i Plangeometri for Mellemskolen* (Petersen, 1907) eftir sama höfund enda komin ný lög um danska menntaskóla. Mellemskolen varð þá aðfararnám þarlendis að menntaskólum sem voru orðnir þriggja ára skólar. Framhald bókarinnar, *Lærebog i Plangeometri for Gymnasiets sproglige og matematisk-naturvidenskabelige Linier samt Realklassen*, var kennt í efri bekkjum skólans eftir að bráðabirgðareglugerðin 1908 var sett (*Skýrsla um hinn lærða skóla í Reykjavík*, 1851–1904; *Skýrsla um Hinn almenna menntaskóla í Reykjavík*, 1904–1936).

Doktorsritgerð Ólafs var á sviði rúmfræði. Hann freistaði þess að semja eigin texta fyrir menntaskólanema um þetta sérsvið sitt og færði rök fyrir því í formála bókar sinnar, *Um flatarmyndir*, sem gefin var út árið 1920:

Jeg ræðst ... í að gefa út bókina, einkum vegna þess að mjer finst mjer bera skylda til þess, þar sem jeg veit ekki til að aðrir núlifandi Íslendingar hafi lagt stund á þessa fræðigrein, svo teljandi sje.

Jeg þykist hafa orðið þess var, að ýmsum mentamönnum dylst gersamlega tilgangur stærðfræðinámsins í skólunum, halda, að takmark rúmfræðikenslunnar sje eitthvað í áttina til þess að kenna mönnum að mæla kálgarða eða túnskika. En þá væri illa varið löngum tíma og miklu erfiði, og held jeg fyrir mitt leyti, að betra væri þá að fá búfræðing til þess að mæla blettinn, en sleppa stærðfræðináminu í skólunum og losa þannig marga upprennandi mentamenn við mikið andstreymi.

Að þetta sje ekki misskilningur minn, benda þau ákvæði skólareglugerðanna á, er mæla svo fyrir, að kenna skuli reglur um flatarmál og bogalínulengdir sannanalaugar (sbr. orðin: „en ekki er heimtað að það sje stærðfræðilega rakið“). Það er í raun og veru sálarlaus stærðfræðikensla, sem á sjer engan rjett í hinum æðri skólum, nema ef vera skyldi þann, að æfa nemendur í reikningi ... Nei, tilgangurinn ... er sá, að venja nemandann á þá nákvæmni í hugsun sinni og hugkvæmni um leið, sem engin önnur kenslugrein æfir hann í að sama skapi. Auk þess fer stærðfræðikenslan með nemandann beint inn í vinnustofu vísindanna. Þau verkefni, sem hann hefir með höndum, og þær aðferðir, sem hann beitir, eru alveg samskonar eins og verkefni og aðferðir vísindamannsins sjálfs. Í þessu er að langmestu leyti fólginn sá „undirbúningur undir lífið“, sem stærðfræðikenslan lætur í tje. Sá „fróðleikur“, sem hún veitir, er að mínu viti miklu minna virði ...

... enginn skyldi halda að það sje gagnslaust ... sá sem hefur setið svo árum skiftir við að leysa úr erfiðum verkefnum, hvort heldur í stærðfræði eða öðrum efnum, er ekki samur maður og hinn, sem aldrei hefur haft slíkt með höndum, aldrei átt strangan dóm kennarans yfir höfði sér.

(Ólafur Daníelsson, 1920b, iii–iv)

Ólafur baðst enn fremur velvirðingar á frumatriðakaflanum, hann væri ófullkominn og í honum væru staðhæfingar sem gera hefði mátt grein fyrir í lengra máli. Það væri þó reynsla hans að nemendur yrðu þeirri stund feignastir er þeir kæmust fram úr innganginum og færu að fást við önnur verkefni sem væru miklu fremur við þeirra hæfi. Ólafur taldi sig neyddan til að tala um „marktölur“, nú nefnd markgildi, til að geta kynnt óræðar tölur eins og ferningsrótina af tveimur þar sem aðrar bækur um merkjamálsfræðina, algebru, væru mjög ófullkomnar um þetta efni. Þegar kom að lengd hringferils og flatarmáli hringflatar sem ekki skyldi „stærðfræðilega rakið“ greip Ólafur til marktálnanna og slakaði á engan hátt á kröfum stærðfræðinnar. Raunar gildir það einnig um æfingarnar. Aðeins fyrstu fimm dæmin í fyrsta æfingadæmabálki eru reikningsdæmi. Eftir það er nemandanum ætlað að sanna út frá gefnum forsendum þar til kemur að Æfingum VI þar sem dráttaræfingar hefjast. Sannanir halda síðan áfram í Æfingum VII en dráttaræfingar í Æfingum VIII. Æfingadæmin, sem eru alls í fimmtán bálkum, eru eftir það blanda af dæmum þar sem reiknað er úr þeim reglum sem fram hafa verið settar, myndir dregnar í samræmi við gefnar forsendur eða sannað með rökum.

Ólafur ætlaðist til að fyrri hluti bókarinnar yrði kenndur í gagnfræðadeildinni aftur að kaflanum um einslaga myndir á bls. 120 en afgangurinn tekinn fyrir í efri bekkjunum. Bókin

var alls 175 bls. *Plangeometri for Mellemskolen* eftir Petersen (1915) vék um sinn fyrir *Flatarmyndum*. Árið 1937 var tekið að kenna rúmfræði í fyrsta bekk samkvæmt nýrri reglugerð og var þá kennd *Kennslubók í rúmfræði handa gagnfræðaskólum* eftir H. J. Phil (1938), þýdd af Sigurkarli Stefánssyni, en bókin *Um flatarmyndir* færð upp í stærðfræðideildina og var svo fram til 1942 er Ólafur hafði látið af störfum. Viðskipti við Danmörku voru rofin er Danmörk var hersetin af Þjóðverjum árið 1940. Þá var *Plangeometri* eftir Julius Petersen (1943), væntanlega sú sem var ætluð Mellemskolen, þýdd á íslensku, gefin út árið 1943 og notuð til kennslu í öðrum og síðar þriðja bekk Menntaskólans í Reykjavík næstum óslitið til 1971 og raunar lengur. Bókin *Um flatarmyndir* var gefin út ljósprentuð árið 1945 og kennd í fjórða bekk stærðfræðideildar 1944–1946 en bók Guðmundar Arnlaugssonar, *Þættir um flatarmyndir*, var tekin upp í fjórða bekk eftir það fram til 1949 (*Skýrsla um Menntaskólann í Reykjavík*, 1936–1976).

Aðkoman að rúmfræði í *Flatarmyndum* var nokkuð brött sem fyrsti inngangur fyrir menntaskólanema. Bókin var samin fyrsta árið sem Ólafur kenndi við Menntaskólann og svo virðist sem hann hafi hugsanlega ofmetið þroska nemenda enda færðist bókin fljótlega upp í stærðfræðideild. Ólafur hefur haft háar hugmyndir um að miðla sérgreini sinni, rúmfræðinni, til nemenda sinna en líklega ætlað sér um of. Séu æfingadæmakaflarnir í *Flatarmyndum* bornir saman við þýðingu Sigurkarls á bók Jul. Petersens (1943) má sjá að sannanadæmin þar voru mun færri og auðkennd með skáletri, eins og til að vara nemendur (og kennara) við að nú þyrfti að gæta sín. Reynsla Emils Jónssonar af kennara sem lítt kunni til stærðfræði var heldur ekki einsdæmi, hvorki þá né síðar, ekki síst eftir að fjölga tók í menntaskólunum á sjötta og sjöunda áratug tuttugustu aldar. Bókarinnar *Um flatarmyndir* er einnig getið í *Skýrslu Gagnfræðaskólans á Akureyri 1922–1927* er *Plangeometri* Petersens var aftur tekin upp. Bókin birtist síðan í skýrslu um lærdómsdeild Menntaskólans á Akureyri 1933–36 og aftur 1940–1944 (*Skýrsla um Gagnfræðaskólann á Akureyri*, 1906–1940; *Skýrsla um Menntaskólann á Akureyri*, 1930–).

Kenslubók í hornafræði (1923)

„Þessi kenslubók hefur inni að halda það, sem kenna skal í hornafræði til stærðfræðilegs stúdentsprófs við Menntaskólann. Er það líkt og annars staðar tíðkast,“ sagði Ólafur Daníelsson (1923) í formála bókar sinnar, *Kenslubók í hornafræði*, sem var 99 blaðsíður að lengd. Bókin varð því eðlilega ekki útbreidd, fáeinir nemendur lásu hana á hverju ári. Höfundur sagðist þó jafnframt hafa haft máladeild skólans fyrir augum. Bókin hófst á kynningu á hornaföllum í rétthyrndum þríhyrningi. Höfundur sagði hægara að gera nemendum skiljanlegt hvert hornaföll „með forteiknum“ stefndu þegar þeir hefðu séð að hlutföllin milli hliða rétthyrnds þríhyrnings sýndu aðeins föll hvassra horna. Þetta sýnir að Ólafur vildi gera nemendum námsefnið aðgengilegt þótt hollusta hans við stærðfræðina hafi ætíð verið í fyrirrúmi. Ekki fylgdu þó nein æfingadæmi innganginum um rétthyrnda þríhyrninginn, aðeins sýnidæmi.

Kenslubók þessi minnir stundum fremur á handbók eða leiðarvísni en kenslubók. Í miðri bók, á bls. 51, tók höfundur að leiðbeina lesandanum við að nota Gamborgs „logariþmatöblu“, nú nefnd „logratafla“, í þeim tilgangi að auðvelda reikninga. Þá höfðu helstu hornafallareglur verið kynntar til sögunnar, s.s. föllin af summu og mismun horna (bls. 34–37). Því fylgdu útleiðslur og sannanir og varð textinn því mun óárennilegri en hið notalega spjall um rúmmál í *Reikningsbók*. Hornafræðin var enda ætluð sérhæfðum hóp sem undirbjó sig undir alvarlegt nám í verkfræði, stærðfræði eða náttúruvísindum. Prenttæknin bætti ekki heldur úr. Bókin var prentuð í Gutenberg, prentsmiðju sem tók til starfa árið 1905, en setjararnir hafa vart verið í góðri æfingu að setja upp stærðfræðilegan texta.

Bókinni lauk á reglum sem gera kleift að reikna allar hliðar og horn í þríhyrningum ásamt flatarmáli og radíum innritaðs og umritaðs hrings ef að minnsta kosti ein hlið er þekkt og

tvennt að auki, hliðar eða horn. Er líklegt að þetta efni hafi birst hér í fyrsta skipti á ís-
lensku og hefur því verið lofsvert frumkvöðlastarf. Nokkur nýyrði er að finna: function var
þýtt sem „fall“, og factor sem „þáttur“, orð sem síðar hafa hlotið fastan sess í málinu. Enn-
fremur notaði Ólafur orðin „frumstærð“ og „fylgistærð“ falls, góð og skiljanleg orð sem
hafa samt verið nokkuð á reiki.

Ánægjulegt er að sjá að Ólafur sagðist hafa notið góðra bendinga um nokkrar reglur um
ferhyrninga frá Vilhjálmi Ögmundssyni, ungum bóndasyni vestur í Dölum. Ferill Vilhjálms
var einstakur. Hann lauk prófi frá Verslunarskólanum árið 1914, varð bóndi á Narfeyri á
Skógarströnd en stundaði stærðfræði alla tíð, birti lærðar greinar í *Nordisk matematisk
Tidsskrift* og var boðin þátttaka í Íslenska stærðfræðafélaginu (Kristín Bjarnadóttir, 2011).

Kenslubók í algebru (1927)

Kenslubækur Ólafs Daníelssonar í rúmfræði, *Um flatarmyndir og Hornafræði*, náðu ekki
mikilli útbreiðslu enda var efni þeirra að mestu einskorðað við menntaskólana sem urðu
ekki tveir fyrr en 1930 er Menntaskólinn á Akureyri var stofnaður. Öðru máli gegndi um
Kenslubók í algebru (Ólafur Daníelsson, 1927). Henni varð langra lífdaga auðið. Hún
kom út í þremur útgáfum, 1927, 1948 og 1951, og útgáfan 1951 var ljósprentuð 1970.
Áður hafði Þorkell Þorkelsson (1916) gefið út á Akureyri *Stærðfræði handa gagnfræða-
skólum* sem var bæði kennslubók í reikningi og algebru. Hún var notuð til kennslu við
Gagnfræðaskólann á Akureyri fram til 1921 er teknar voru upp sömu dönsku kennslu-
bækurnar og kenndar voru við Menntaskólann í Reykjavík og síðan *Algebra* Ólafs enda
var gagnfræðapróf frá Akureyri jafnframt inntökupróf í lærdómsdeildina syðra (*Skýrsla um
Gagnfræðaskólann á Akureyri*, 1906–1940). Efni *Algebru* var veigamikill hluti af námsefni
til landsprófs eftir að það kom til sögunnar. Hún var talin upp í lista yfir námsefni til lands-
prófs allt frá upphafi til loka og er nefnd í drögum að námskrám árin 1968 og 1974
(Menntamálaráðuneytið, 1968; 1974).

Kenslubók í algebru var prentuð í Prentsmiðju Gutenbergs árið 1927 eins og *Kenslubók í
hornafræði* árið 1923 en yfirbragð hennar er léttara en *Kenslubókar í hornafræði*, meira bil
á milli kafla og undirkafla og sannanir dregnar betur fram. Ólafur undraðist það í formála
sínum að fyrstu útgáfu *Kenslubókar í algebru* að kennarar hefðu látið sér lynda að kenna
stærðfræði á danskar bækur:

Mönnum er ef til vill ekki ljóst, að þetta sé neitt athugasverðara, heldur en að
kenna aðrar greinar, t.d. landafræði, á erlendum málum. Hjer er þó alt öðru
máli að gegna, því að stærðfræðin er sú eina æfing í „hreinri rökfræði“ (logica
formalis), sem skólarnir veita. Um þetta held jeg að verði ekki deilt. En að Ís-
lendingar byrji að æfa sig í hreinri rökfræði á dönsku, í stað þess að æfa hana
á sínu eigin móðurmáli, því má hver hæla sem vill fyrir mér ... málið á slíkum
ritum hlýtur að vera þungt, að minsta kosti svo þungt, að eigi má ætlast til að
unglingar þeir, sem skólana sækja, skilji það til hlítar – svo hárfínnum skilningi,
sem rökfræðin og stærðfræðin einatt heimta.

Þörfin var líka brýn fyrir kennslubók þar sem kjarni merkjamáls algebrunnar kæmi skýrt í
ljós:

... nemendur, sem lært hafa utan skólanna ... hafa komið til gagnfræðaprófs
þannig undirbúnir í algebru, að þeir hafa kanski að eins leyst úr æfingunum, en
þekkja alls ekki grundvöll merkjamálsins, hafa stundum enga tilsögn fengið í
slíku. Þetta sýnir, að ýmsum þeim, sem við kenslu fást, er alls eigi ljós tilgangur
þessarar greinar, halda að þýðing hennar sje fólgin í því, að nemendur verði
færir um að leysa úr talnagátum ... En stærðfræðin er fyrst og fremst sjálfstæð
vísindagrein, sú fullkonnasta sem til er, – og auk þess eru ýmsar aðrar höfuð-

greinar vísindanna; einmitt þær sem mesta þýðingu hafa haft fyrir menningu nútímans, svo sem eðlisfræði, statistik, stjörnufræði o. s. frv., svo að segja rit-aðar á merkjamáli algebrunnar, svo að þeim, sem eigi kann hana, eru öll þessi fræði að mestu leyti lokuð bók.

(Ólafur Daníelsson, 1927, bls. 3–4)

Að lokum tók höfundur fram að hann legði höfuðreglur algebrunnar, víxlreglu, tengireglu og dreifireglu, til grundvallar, og í hvert sinn sem nýjar tölur væru skilgreindar væri sýnt að þessar frumreglur giltu einnig um þær og þar af leiðandi allar „hinar reglurnar“ líka samkvæmt þeim rökum sem sýnd væru. Af formálanum má ráða að um strangfræðilega nálgun væri að ræða. Bókin hófst á kynningu á breytistærðum með talnagildi, talnalínunni, jákvæðum og neikvæðum tölum, samlagningu og frádrætti slíkra stærða og síðan yfir í einfaldar jöfnur.

Margföldun fylgdi að sjálfsögðu í kjölfarið og þá tók vandinn að vaxa. Margföldun liðastærða var kynnt (bls. 34) sem „skifti- og tengiregla“, *principium distributivum*, nú nefnd dreifiregla. Margföldun neikvæðra talna er meðal hins vandasamasta sem lagt er fyrir unglunga í stærðfræðinámi. Höfundur rökstuddi að líta mætti á $(-a) \cdot b$ sem endurtekna samlagningu neikvæðra talna. Hins vegar væri ekki unnt að margfalda með neikvæðri tölu. Hann þurfti því að fara krókaleiðir að margfeldinu $a \cdot (-b)$ og segja það málvenju að $a \cdot (-b)$ jafngildi $-ab$. Málvenjan væri óhafandi ef hún færi í bága við skilgreiningu á margföldun með jákvæðum tölum en hann sýndi fram á að svo væri ekki. Af framhaldinu er ljóst að Ólafur leit á þetta sem skilgreiningu á hinu nýja hugtaki. Hann sýndi síðan fram á að höfuðreglurnar, s.s. víxlregla, giltu einnig um margfeldi neikvæðra talna. Höfundi þessarar greinar þykir þessi aðkoma að aðgerðum með heilum tölum fremur flókin en vissulega er kennslubókahöfundum hér vandi á höndum, meiri en annars staðar í skólánámsefni, og engin skýring óumdeilanlega röklegri en önnur.

Fjölmargar reglur spruttu fram í framhaldi af þessu: margfeldi veldastærða eru sýnd með dæmum, reglan um tvíliðastærð í öðru veldi og reglan um mismun tveggja ferningsstærða (kvaðrata). Reglur þessar voru síðan notaðar til að sýna hvernig mætti breyta liðastærð í margfeldi, „pródúkti“, og það var æft í Æfingu III (bls. 51–53). Málið var að sönnu hálf-danskt enda sagði höfundur í formála: „Það er líklega ekki gott og er það að vonum þar sem svo lítið hefur verið ritað um þessi fræði á vora tungu“ (Ólafur Daníelsson, 1927, bls. 2).

Komið var að deilingu á bls. 54 og eðlileg afleiðing hennar voru brot sem fengu viðeigandi skilgreiningar og umfjöllun um neikvæð brot, samlagningu samnefndra brota, margföldun og deilingu þeirra, ásamt deilingu liðastærða. Þegar bókin var tæplega hálfnuð, á bls. 76, tók við kóróna verksins, samlagning og frádráttur ósamnefndra brota. Höfundur sýndi um það þrjú skýringardæmi, þar af tvö með liðastærðum í nefnara (1927, bls. 73–74). Hér er ástæða til að harma að Ólafur hafði ekki enn skilgreint frumtölur og frumþáttun talna. Án kynna af frumþáttum verður leitinn að minnsta samnefnara erfiðari en ella. Æfingar VI, sem eru safn af dæmum af þessu tagi, voru eins konar prófsteinn á hvort nemandi næði tókum á algebru eins og Ólafur skilgreindi hana í bók sinni. Liðastærð í nefnara verður að binda í þætti eins og unnt er til þess að samnefnari verði ekki óhóflega stór. Dæmin urðu víðfræg og gjarnan sett fyrir sem lesin dæmi til landsprófs. Fæst voru lömb að leika sér við, svo sem þetta dæmi númer 25 (1927, bls. 79):

$$\left[\frac{3p + 1}{p^2 - 4p + 3} - \frac{6p + 5}{2p^2 - 7p + 3} \right] \cdot (2p^2 - 3p + 1)$$

Jöfnur sem fylgdu í kjölfarið í Æfingum VII voru af sama þyngdarstigi. Æfingar VIII geymdu einnig snúin orðadæmi sem hafa orðið mörgum nemendum minnisstæð. Fyrstu

sjö dæmin (1927, bls. 93–94) voru af gerðinni „Ég hugsa mér tölu ...“ en síðan tóku við dæmi um arfaskipti og peningamál, og nokkur dæmi um vísana á klukkunni. Eitt dæmið gaf upplýsingar um höfundinn:

Árið 1907 var aldur minn $\frac{3}{4}$ af því sem hann var 1917. Hve gamall verð ég 1927?

(Ólafur Daníelsson, 1927, bls. 103)

Í lokin komu aldagömul dæmi. Eitt þeirra var um Forn-Grikkjann sem gekk í hof guðanna og varð að ósk sinni um að sjóður hans tvöfaldaðist. Hann fórnaði í hvert sinn 8 óbólum og varð peningalaus fyrir bragðið. Annað dæmi var um Indverja sem arfleiddi börn sín að demöntum, öllum jafnverðmætum, þannig að elsta barnið skyldi fá 1 demant og 1/7 hluta afgangansins, næsta fékk tvo demanta og 1/7 hluta þess sem þá var eftir og þannig koll af kalli, en öll börnin fengu jafnt. Spurt var um fjölda barnanna og demantanna. Sum dæmin hafa verið húsgangar í kennslubókum frá miðöldum og eru ættuð frá Austurlöndum (Tropfke, 1980). Þrír æfingadæmabálkar, nr. IX, X og XI, voru líka að mestu helgaðir orðadæmum sem leysa má með einni eða fleirum óþekktum stærðum.

Með jöfnum lauk þeim bálki sem venja var að taka til landsprófs. Næst tók við kafli um hlutföll og „próportíónir“, sem þýtt hefur verið sem hlutfallajöfnur, og almennar veldareglur. Enn aftar komu ýmis atriði úr talnafræði, s.s. deilanleiki, skilgreining á frumtölu, sönnun á reikniriti Evklíðs sem Ólafur hafði sleppt í *Reikningsbók* í útgáfu frá 1914 og síðar, lotubundin tugabrot, óræðar tölur og annars stigs jöfnur. Megnið af þessu efni var lengi venja að kenna á fyrsta ári menntaskólans sem nefnist enn í dag þriðji bekkur í minningu þess tíma er menntaskólarnir völdu sjálfir nemendur sína strax á fermingaráldri.

Kennsla Ólafs Daníelssonar

Kennsla Ólafs mótaðist af afstöðu hans til stærðfræðinnar. Ólafur unni stærðfræðinni á þann hátt sem fæstir þekktu til á Íslandi á fyrri hluta tuttugustu aldar. Hann lét sér annt um að kenna stærðfræði til skilnings, eins og endurspegladist í bókum hans, allt frá einföldum brotareikningi, sem er þó alls ekki einfaldur, til þess sem lengst varð komist í menntaskóla. Orð nemenda vitna um alúð hans. Svava Þórleifsdóttir var meðal fyrstu nemenda Ólafs í Kennaraskólanum:

Annar fastur kennari ... var dr. Ólafur Daníelsson, þá nýbakaður doktor í stærðfræði. Trúa mín er það, að vart fari aðrir framar dr. Ólafi í hnitmiðuðum og glöggum skýringum á flóknu efni. Var furðulegt, hvað honum tókst að láta sum okkar, sem litlum stærðfræðigáfum voru gædd, skilja flókin dæmi og reikning, sem við höfðum áður numið eins og páfagaukar, án skilnings. Er mér t.d. minnisstætt, að ég stóð eitt sinn uppi við töflu og átti að reikna dæmi, sem var brot deilt með broti. Dæmið reiknaði ég leikandi, hafði lært utanbókar, hvernig ég átti að reikna slík dæmi. En svo spurði doktorinn: Hvernig stendur á því að rétt er að reikna þetta svona?“ Þar stóð hnífurinn í kúnni, og man ég ekki nú, hvort aðrir í bekknum kunnu svar við þessu. En víst er um það, að þetta og fleira í kennslu dr. Ólafs varð til að opna augu mín fyrir því, hve fánýtt er að kenna börnum og unglingum reikningsaðferðir, án þess að þeim skiljist, hvað þau eru að gera.

(Svava Þórleifsdóttir, 1958: bls. 188)

Fyrrum nemandi Ólafs í Kennaraskólanum, Elías Bjarnason, gaf úr *Reikningsbók handa börnum* þar sem hann sagðist hafa reynt að komast hjá tilfínanlegu ósamræmi við *Reikningsbók* Ólafs Daníelssonar sem þá mundi mest notuð þegar barnaskólanámi var lokið (Elías Bjarnason, 1927, formáli). Bera þau orð vitni um útbreiðslu *Reikningsbókar* Ólafs þegar árið 1927.

Guðmundur Arnlaugsson var nemandi Ólafs um og eftir 1930 er stærðfræðideildin hafði fest sig í sessi. Guðmundur sagði í minningum sínum um Ólaf:

Hann gleymdi sér stundum gjörsamlega í glímunni við viðfangsefnið ... það sem einkum hafði áhrif á okkur var hinn eldlegi áhugi sem hann var gæddur og virðingin fyrir stærðfræðinni. Það var aldrei nein lognmolla kringum hann, heldur ferskur blær, hann hreif menn ósjálfrátt með sér. Hann gat skýrt flókin atriði á þann hátt að manni fannst að betur yrði naumast gert. Og frá honum seytláði smám saman inn í mann virðing fyrir stærðfræðinni sem mikilli og göfugri vísindagrein – þetta var eins og að vera kominn inn fyrir þröskuld í vinnusal vísindanna.

(Guðmundur Arnlaugsson og Sigurður Helgason, 1996, bls. 22)

Ólaf þraut þó þolinmæðina ef honum fannst nemendur ekki leggja sig heils hugar fram:

... hann var hrifnæmur, fljótur til að gleðjast þegar honum fannst eitthvað vel gert, en vonbrigðin gátu líka verið snögg. Þolinmæðin entist honum ekki lengi ef hann varð var við skort á skilningi og áhuga. Til þess bar hann of djúpa virðingu fyrir stærðfræðinni. Hann kunni vel að meta hagnýtt gildi hennar, en fleyg orð þýska stærðfræðingsins Jacobi stóðu þó áreiðanlega hjarta hans nær: „Tilgangur vísindanna er fyrst og fremst sæmd mannsandans.“

(Guðmundur Arnlaugsson og Sigurður Helgason, 1996, bls. 22)

Sæmd mannsandans í vinnusal vísindanna var hin háleita sýn Ólafs. Hann var löngum einn í baráttunni en smám saman náði hann að vinna hug nemenda sinna, að minnsta kosti sumra þeirra, og Elías Bjarnason, Sigurkarl Stefánsson og Guðmundur Arnlaugsson voru meðal þeirra sem báru merkið áfram, hver með sínum hætti.

Það kom í hlut Guðmundar Arnlaugssonar (1966) að rita kennslubókina *Tölur og mengi* til landsprófs, annars efnis en hina hálfri aldar gömlu *Reikningsbók Ólafs Daníelssonar*. Þar valdi Guðmundur að draga fram frumtölur og frumþáttun, efni sem Ólafur hafði geymt til síðari tíma. Guðmundur valdi einnig kennslubækur Agnete Bundgaard fyrir barnastigið, og átti þannig drjúgan hlut að því að ljúka kafla Ólafs Daníelssonar í íslenskri stærðfræðimenntun (Kristín Bjarnadóttir, 2012). Samt má færa rök að því að afstaða Guðmundar til stærðfræðinnar hafi líkst afstöðu Ólafs, til dæmis er hann segir í grein um endurskoðun reikningskennslunnar árið 1967:

Hlutverk reikningskennslunnar ætti að vera að verulegu leyti frá upphafi að kenna barninu að hugsa. ... reikningurinn og stærðfræðin mega með engu móti verða viðskila við aðra rökrétta hugsun, þau eiga einmitt að vera tæki til þess að þjálf barnið í rökréttri hugsun ...

... breytingar sem nú eru á döfinni hagma að ýmsu leyti sjálfum grundvelli reikningskennslunnar ... nú beinist reikningskennslan í æ ríkara mæli að *strúktúr* stærðfræðinnar ... tölurnar eru að vísu mikilvægar enn, því að talnakerfi eru forvitnileg og skemmtileg á margan hátt ...

(Guðmundur Arnlaugsson, 1967)

Guðmundur taldi gildið við að kenna um tölur fólgið í að uppbygging þeirra, talnakerfið, væri forvitnileg, en nefndi ekki daglega notkun; stærðfræðin hafði menntunargildi í sjálfri sér.

Umræða

Áhrif Ólafs Daníelssonar og kennslubóka hans

Þegar Ólafur steig inn á sviðið árið 1906 voru skólar, bæði fyrir börn og unglinga, fremur undantekning en regla. Fræðslulögin 1907 höfðu ekki enn tekið gildi. Þeir sem settir voru til mennta í Menntaskólanum, sem ennþá var einungis einn, stefndu á að verða embættismenn, prestar, læknar eða lögfræðingar. Einstaka menn luku cand.mag.-prófi til að kenna við Menntaskólann en það var einungis unnt að gera erlendis ef frá eru talin íslensk fræðisaga, málfræði og bókmenntir, eftir stofnun Háskóla Íslands árið 1911. Ýmsir luku prófi í guðfræði til að öðlast kennararéttindi við gagnfræðaskóla og menntaskóla, til dæmis Steinþór Guðmundsson. Sigurkarl Stefánsson og Guðmundur Arnlaugsson voru meðal þeirra sem luku embættisprófi til kennslu í stærðfræði við Hafnarháskóla og tóku upp merki Ólafs við Menntaskólann í Reykjavík.

Nám tengdist fremur bókum en skólum. Uppfræðslu barna í skrift og reikningi var fyrst krafist árið 1880 (*Lög um uppfærðing barna í skript og reikningi nr. 2/1880*). Reikningur hafði ekki verið mikilvægur þáttur í barnafræðslu og þeir sem vildu tileinka sér kunnáttu í reikningi urðu að mestu að öðlast hana af bókum, ef til vill með aðstoð sér eldri og kunnáttumeiri manna.

Stétt barnakennara var um það bil að verða til. Ólafur Daníelsson mótaði stærðfræðiskilning fyrstu kennaraefnanna sem brautskráðust frá Kennaraskólanum. Hann hafði þannig ómæld áhrif í árdaga skólakerfisins á það hvernig nálgast skyldi kennslu í stærðfræði. Nemandi Ólafs, Elías Bjarnason, gaf út kennslubók sem var undir sterkum áhrifum af kennslu hans og tók upp aðferðir hans. Annar nemandi Ólafs, Guðmundur Arnlaugsson (1966), ritaði allöngu síðar áhrifamikla kennslubók, *Tölur og mengi*, þar sem leitast er við að dýpka skilning nemenda á eðli stærðfræðinnar.

Reikningsbók Ólafs Daníelssonar var strax kennd við Gagnfræðaskólann á Akureyri og innan tíðar við Menntaskólann í Reykjavík. Smám saman var *Reikningsbók* Ólafs tekin til kennslu við gagnfræða- og héraðsskólana sem stofnaðir voru um og upp úr 1930. Sama máli gegndi um *Kennslubók í algebru*. Hún var strax tekin upp til kennslu í Gagnfræðaskólanum á Akureyri.

Bekkir í Menntaskólanum á Akureyri voru í fyrstu aðeins einn í hverjum árgangi. Nemendur sem æsktu þess að taka stúdentspróf úr stærðfræðideild gátu gert það undir sérstakri umsjón Ólafs Daníelssonar við Menntaskólann í Reykjavík. Ólafur bar því orðið höfuð og herðar yfir alla aðra í málefnum stærðfræðikennslu á Íslandi þegar leið á fjórða áratug tuttugustu aldar.

Þáttur í sátt við Menntaskólann í Reykjavík, þegar inntökupróf voru lögð af, var að náms efni til landsprófs miðskóla væri námsefni til annars bekkjar prófs skólans sem var jafnframt gagnfræðapróf. Námsefnið í stærðfræði var fólgið í *Reikningsbók* og *Algebru* Ólafs Daníelssonar og hinni þýddu útgáfu af *Rúmfræði* eftir Julius Petersen. Rúmfræði hvarf af leslistanum strax eftir fyrsta landsprófið árið 1946. Hvorki kennarar né nemendur voru tilbúnir að takast á við þetta efni og hinar kennslubækurnar tvær reyndust innihalda ærið efni til landsprófsins. Leslistinn var í aðalatriðum óbreyttur allt til ársins 1968 er bók Guðmundar Arnlaugssonar (1966) bættist á leslistann, þótt raunar mætti velja um *Reikningsbók 2 A* eftir Jón Á. Gissurarson og Steinþór Guðmundsson (1949) og *Reikningsbók* Ólafs frá því um 1950 (Bjarni Vilhjálmsson, 1952) og síðar fleiri bækur en inntak þeirra var svipað, aðeins dæmin miðuðust við aðra þjóðfélagshætti.

Ríkisútgáfa námsbóka valdi *Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar*, frá 1939–1941, til útgáfu og ókeypis dreifingar árið 1939. Sigurbjörg K. Schiöth (2008) telur að líta megi á *Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar* sem stytta og einfaldaða útgáfu af *Reikningsbók* Ólafs

Daníelssonar. Sé litið til þess má segja að afstaða Ólafs til skólastærðfræði væri jafnframt hin opinbera afstaða.

Ólafur Daníelsson hætti kennslu árið 1941 en óbeinna áhrifa hans og bóka hans gætti allt fram á miðjan áttunda áratug aldarinnar á þrennum vettvangi, í menntaskólunum, í landsprófi miðskóla og í barnafræðslunni. Aðrar raddir og aðrar kennslubækur komu vart fram fyrr en árið 1966 er „nýja stærðfræðin“ hóf innreið sína.

Afstaða Ólafs til skólastærðfræði

Hver var þá afstaða Ólaf Daníelssonar til skólastærðfræði? Fræðimenn hafa talið fram þrjár meginástæður fyrir stærðfræðimenntun og til réttlættingar því að stærðfræði sé kennd í skólum; í fyrsta lagi stuðli menntun í stærðfræði að tæknilegri og efnahagslegri þróun samfélagsins; í öðru lagi stuðli hún að eflingu og viðhaldi menningar í samfélaginu; og í þriðja lagi veiti hún nemendum undirstöðu undir frekara nám, störf og þátttöku í samfélaginu (Niss, 1996, bls. 13).

Vissulega koma allar þessar ástæður við sögu er afstaða og áhrif Ólafs Daníelssonar eru metin. Ólafur var ráðinn að Menntaskólanum í Reykjavík til að stuðla að tæknilegum og efnahagslegum framförum á Íslandi þar sem markmiðið var að undirbúa nemendur undir nám í verkfræði. En ummæli hans í formálum kennslubókanna benda til þess að honum hafi ef til vill verið menningar- og menntunarþættir stærðfræðinnar efst í huga. Stærðfræðin væri fullkomnasta vísindagrein sem til væri. Hann nefndi það sálarlausa stærðfræðikennslu þegar hann vísaði í reglugjörð skólans (*Reglugjörð (bráðabirgða-) fyrir Hinn almenna menntaskóla í Reykjavík nr. 13/1904*) þar sem ekki er heimtað að efnið sé stærðfræðilega rakið. Hugmyndir Ólafs um stærðfræðikennslu voru aðrar og háleitari. Hann vildi leiða nemendur inn í forsal vísindanna og beygja þá undir strangfræðilegar kröfur stærðfræðinnar. Hann taldi rétt að fela búfræðingum hversdagsleg viðfangsefni en lagði þó vissulega grunn að þeim efnum í *Reikningsbók* sinni. Hlutverk stærðfræðikennslunnar í hinum æðri skólum væri hins vegar að venja nemendur, hinn útvalda hóp ungs fólks, sem átti eftir að vera leiðandi afl í menntun, menningu og stjórnsýslu þjóðarinnar, á nákvæmni í hugsun og hugkvæmni um leið.

Af formála fyrstu bókarinnar, *Reikningsbókar* í útgáfunni frá 1906, má lesa að Ólafi var skilningur hugleikinn eins og flestum kennslubókarhöfundum í reikningi fyrr og síðar (Kristín Bjarnadóttir, 2007b). Ólíklegt er að Ólafur hafi kynnt sér hugmyndir Pestalozzis og sporgöngumanna hans um barnakennslu þótt þær hafi átt nokkurri athygli að fagna í Danmörku á fyrstu árum tuttugustu aldar (Hansen, 2009). Fremur gæti verið að hann hafi þekkt til kenninga Felix Klein. Áhugi Kleins beindist að stærðfræðikennslu á mörkum menntaskóla og háskóla (Schubring, 2008) og um slíkt var ekki að tala á Íslandi árið 1906. Markhópur Ólafs var annar en þeirra sem rituðu kennslubækur þar sem Ólafur þekkti til, í Danmörku og Þýskalandi. Ólafur var brautryðjandi og varð að styðjast við eigin hugmyndir um stærðfræðinám og -kennslu.

Ólafur lýsti því yfir í fyrstu bók sinni árið 1906 að hann vildi bæta úr þeim ágalla að margir lærðu aðferðirnar utanað, án þess að skilja hvernig á þeim stendur. Hann leitaðist við að bera fram skýringar í fyrstu útgáfu bókarinnar, að minnsta kosti á sumum atriðum, en sleppti skýringunum í seinni útgáfum. Elías Bjarnason tók aðferðirnar upp skýringarlaust. Málín þróuðust svo þannig að Ríkisútgáfa námsbóka, sem var stofnuð til að tryggja jafnan aðgang barna að kennslubókum, varð til að boða eina aðferð og fjölbreytnin í vali kennslubóka við upphaf tuttugustu aldar var ekki lengur í boði.

Kynni nemenda af stærðfræðinni sem vísindagrein voru Ólafi Daníelssyni efst í huga í kennslunni. Hann var trúr skilningi sínum á hlutverki stærðfræðinnar og takmörkum þeirra aðferða sem hann taldi sig geta beitt. Einstaka sinnum mætti óska þess að hann hefði

talið rétt að sveigja fram hjá þeim og höfða til skynsemi nemenda í stað þess að grípa til þess sem hann nefndi málvenjur en voru vart málvenjur nemendanna. Viðmið hans áttu við á stað og tíma Ólafs í Menntaskólanum í Reykjavík en síður í barnakennslunni eins og þau urðu í höndum Elíasar Bjarnasonar. Þá varð að sleppa kröfunum um rökfærslu en leggja áherslu á minnisreglur til að tryggja að svörin yrðu rétt.

Flest dæmanna í kennslubók Ólafs í algebru voru snúin en mörg þeirra urðu nemendum og kennurum minnisstæð. Er það í nokkurri mótsetningu við að honum fannst lítið til um skoðanir kennara sem héldu að þýðing algebrunnar væri fólgin í færni nemenda í að leysa úr talnagátum. Algebran í búningi Ólafs reyndist mörgum nemendum torveld þótt öðrum yrði hún minnisstæð fyrir snotur dæmi eins og Ólafur hafði sjálfur ánægju af. Síðan hafa margar bækur verið ritaðar þar sem dæmin eru einfaldari og aðgengilegri. Algebran reynist nemendum þó ennþá þröskuldur. Ef til vill dylst fólki enn tilgangur og merking merkjamálsins eins og Ólafi fannst á öndverðri 20. öld.

Lokaorð

Ólafur Daníelsson var réttur maður á réttum stað þegar yfirvöld menntamála urðu loksins að takast á við þörfina fyrir tæknimenntun. Heimsstyrjöldin fyrri hafði torvelað leiðir til Kaupmannahafnar þangað sem tæknimenntunar hafði verið leitað. Æðri tæknimenntun, þ.e. verkfræðinámi, varð enn ekki komið á innan lands en hana þurfti að undirbyggja með því að koma á stærðfræðideild við Menntaskólann. Menntun Ólafs og afstaða hans til fræðigreinar sinnar var með þeim hætti að miklar kröfur voru gerðar og hvergi slegið af. Hann var eini stærðfræðingurinn á Íslandi og hafði fáa til að ráðgast við. Hann setti háleit markmið og stóð við þau.

Með tímanum varð staða Ólafs við Menntaskólann til þess að áhrifa viðhorfa hans og afstöðu til stærðfræðinnar gætti langt út fyrir veggi skólans. Takmarkaður aðgangur að skólunum frá 1929 varð til þess að geysileg samkeppni skapaðist um sætin 25 í skólanum sem úthlutað var árlega. Barnaskólar og kennarar efnilegra nemenda löguðu sig að kröfum skólans, meðal annars í stærðfræði. Kennarar voru margir fyrrum nemendur Ólafs við Kennaraskólann og þekktu kröfur hans. *Reikningsbók* Elíasar Bjarnasonar, nemanda Ólafs, naut vaxandi hylli og var valin til ókeypis dreifingar í barnaskólunum, ásamt annarri bók í fyrstu, en síðan sem eini valkosturinn.

Þótt einungis væru teknir inn 25 nemendur í fyrsta bekk í Menntaskólann í Reykjavík var möguleiki fyrir nokkra gagnfræðaskóla, til dæmis Gagnfræðaskólann á Akureyri og annan gagnfræðaskólann í Reykjavík að búa nemendur sína undir inngöngu í lærdómsdeildina. *Reikningsbók* Ólafs Daníelssonar varð því æ útbreiddari í gagnfræðaskólunum og héraðsskólunum þegar leið á fjórða áratuginn. Þetta fyrirkomulag var innsiglað þegar inntökuprófið færðist yfir í landspróf miðskóla árið 1946. Smám saman var landsprófið haldið í öllum gagnfræðaskólum, héraðsskólum og miðskólum sem stofnaðir voru í kjölfar fræðslulaganna 1946 og þar var hið fyrirskipaða námsefni *Reikningsbók* og *Kennslubók í algebru* eftir Ólaf Daníelsson. Ólafur hafði þá sjálfur dregið sig í hlé frá kennslu en andi hans sveif yfir vötnunum á meðan landsprófið var við lýði fram til 1976.

Þannig mótaðist stærðfræðimenntun á Íslandi á tuttugustu öld af viðhorfi og skoðunum Ólafs Daníelssonar. Ytri aðstæður; smæð eina menntaskólans í byrjun aldarinnar, heimsstyrjaldin tvær, kreppan á fjórða áratugnum í kjölfar hinnar fyrri og sjálfstæði og ný fræðslulög við lok hinnar síðari, sköpuðu aðstæður þar sem ein stefna réð og umræður þögnuðu smám saman. Margar kynslóðir kennara þekktu ekki aðrar kennslubækur í stærðfræði en þær sem byggðar voru á *Reikningsbók* og *Algebru* Ólafs Daníelssonar. Einmitt vegna þess hve vandaðar þær voru var ekki um þær deilt og engin umræða fór fram um þær fyrr en að honum löngu gengnum.

Heimildir

Alþingistíðindi 1918 A. Reykjavík: Alþingi.

Ágúst H. Bjarnason. (1917). Akureyrarskóli – Mentaskóli á Norðurlandi [ritdómur]. *Iðunn*, 3(1–2), 157–159.

Ágúst H. Bjarnason. (1919). Æðri skólar. *Iðunn*, 5(1–2), 78–89.

Bjarni Vilhjálmsson. (1952). *Landspróf miðskóla 1946–1951*. Reykjavík: Fræðslumála-stjórnin.

Bráðabirgðareglur um miðskólapróf í bóknámsdeild nr. 24/1946.

Drög að námsskrám fyrir barnaskóla og gagnfræðaskóla (1948). Reykjavík: Gutenberg.

Einar H. Guðmundsson og Skúli Sigurðsson (2005) Eðli rúms og tíma: Ólafur Dan Daníelsson og greinar hans um afstæðiskenninguna. *Raust – Tímarit um raunvísindi og stærðfræði*, 3(1)

Einar Magnússon. (1975). Menntaskólinn 1946–1969. Í Heimir Þorleifsson (ritstjóri), *Saga Reykjavíkurskóla, Historia Scholæ Reykjavicensis I* (bls. 90–99). Reykjavík: Menningar-sjóður, Sögusjóður Menntaskólans í Reykjavík.

Eiríkur Briem. (1869). *Reikningsbók*. Reykjavík: Einar Þórðarson og höfundur.

Eiríkur Briem. (1880). *Reikningsbók: Síðari partur*. Reykjavík: Einar Þórðarson og höfundur.

Elías Bjarnason. (1927). *Reikningsbók handa börnum: Fyrri hluti*. Reykjavík: Bókaverslun Guðm. Gamalíelssonar.

Elías Bjarnason. (1929). *Reikningsbók handa börnum: Síðari hluti*. Reykjavík: Bóka-verslun Guðm. Gamalíelssonar.

Elías Bjarnason. (1939–1941). *Reikningsbók Elíasar Bjarnasonar*. 1.–4. hefti. Reykjavík: Ríkisútgáfa námsbóka.

Emil Jónsson. (1973). *Á milli Washington og Moskva*. Reykjavík: Skuggsjá.

Freysteinn Gunnarsson. (1958). *Kennaraskóli Íslands 1908–1958*. Reykjavík: Ísafoldarprentsmiðja.

Guðjón Friðriksson. (1992). *Dómsmálaráðherrann: Saga Jónasar Jónssonar frá Hriflu II*. Reykjavík: Iðunn.

Guðmundur Arnlaugsson (1967). Ný viðhorf í reikningskennslu. *Menntamál*, 40(1), 40–51.

Guðmundur Arnlaugsson og Sigurður Helgason. (1996). *Stærðfræðingurinn Ólafur Dan Daníelsson: Saga brautryðjanda*. Reykjavík: Háskólaútgáfan.

Halldór Briem. (1889). *Kennslubók í flatamálsfræði handa alþýðuskólum*. Reykjavík: Án útgefanda.

Halldór Briem. (1892). *Kennslubók í þykkvamálsfræði handa alþýðuskólum*. Reykjavík: Án útgefanda.

Halldór Elíasson. (1966). Stærðfræði og stærðfræðikennsla. *Menntamál*, 39(2), 91–99.

- Hansen, C. (1919). *Lærebog i trigonometri* (3. útgáfa). Kaupmannahöfn: Schønberg.
- Hansen, C. (1920). *Lærebog i stereometri* (2. útgáfa). Kaupmannahöfn: Schønberg.
- Hansen, C. (1921a). *Lærebog i analytisk plangeometri* (3. útgáfa). Kaupmannahöfn: Schønberg.
- Hansen, C. (1921b). *Lærebog i differential- og integralregning: For gymnasiets matematisk-naturvidenskabelige linie*. Kaupmannahöfn: Schønberg.
- Hansen, C. (1921c). *Tillæg til aritmetik og Algebra: for Gymnasiets matematisk-naturvidenskabelig Linie* (3. útgáfa, breytt). Kaupmannahöfn: Schønberg.
- Hansen, H. C. (2009). From descriptive history to interpretation and explanation. Í Kristín Bjarnadóttir, F. Furinghetti og G. Schubring (ritstjórar), “*Dig where you stand*”. *Proceedings of the conference “On-going research in History of Mathematics Education” June 20-24, 2009, at Fjölbrautaskólinn í Garðabæ, Garðabær, Iceland*, bls. 65–78. Reykjavík: University of Iceland, School of Education.
- Heimir Þorleifsson (ritstjóri). (1975). *Saga Reykjavíkurskóla. Historia Scholæ Reykjavicensis I*. Reykjavík: Menningarsjóður, Sögusjóður Menntaskólans í Reykjavík.
- Heimir Þorleifsson (ritstjóri). (1981). *Saga Reykjavíkurskóla. Historia Scholæ Reykjavicensis III*. Reykjavík: Menningarsjóður, Sögusjóður Menntaskólans í Reykjavík.
- Ingvar Sigurgeirsson (ritstjóri). (1987). *Námsefni í 50 ár: Ríkisútgáfa námsbóka, Fræðslumyndasafn ríkisins, Námsgagnastofnun, 1937–1987. Afmælisrit*. Reykjavík: Námsgagnastofnun.
- Jón Á. Gissurarson og Steinþór Guðmundsson. (1949). *Reikningsbók handa framhaldsskólum, 2 A*. Reykjavík: Ísafoldarprentsmiðja.
- Jónas Jónasson (frá Hrafnagili). (1906). *Reikningsbók* (2. útgáfa 1911). Akureyri: Bókaverzlun Odds Björnssonar.
- Jörundur Brynjólfsson og Steingrímur Arason. (1914). *Reikningsbók handa alþýðuskólum*. Reykjavík: Án útgefanda.
- Kongelig resolution ang. Underviisningsplan og Eksamensbestemmelser for den lærde Skole i Reykjavík*. Kristjánborgarhöll 30. júlí 1850.
- Kristín Bjarnadóttir. (2004). Þegar Lærði skólinn varð að máladeild. *Raust – Tímarit um raunvísindi og stærðfræði*, 2(2), 17–24.
- Kristín Bjarnadóttir. (2006). *Mathematical education in Iceland in historical context. Socio-economic demands and influences*. Reykjavík: Háskólaútgáfan.
- Kristín Bjarnadóttir. (2007a). Nokkur tímamót í sögu íslenskrar stærðfræðimenntunar. *Tímarit um menntarannsóknir*, 4, 7–22.
- Kristín Bjarnadóttir. (2007b). The concept of understanding in mathematics education textbooks in Iceland. Í C. Bergsten o.fl. (ritstjórar), *Relating practice and research in mathematics education. Proceedings of NORMA05, Fourth Nordic conference on mathematics education* (bls. 163–175). Þrándheimur: Tapir Academic Press.
- Kristín Bjarnadóttir. (2009). Gróska og stöðnun í stærðfræðimenntun 1880–1970. *Tímarit um menntarannsóknir*, 6, 51–65.

Kristín Bjarnadóttir. (2010a). Reikningsbók Eiríks Briem. *Netla – Vef tímarit um uppeldi og menntun*. Sótt af <http://netla.hi.is/greinar/2010/012/index.htm>

Kristín Bjarnadóttir. (2010b). Hvað er þríliða? *Netla – vef tímarit um uppeldi og menntun*. Sótt af <http://netla.hi.is/greinar/2010/001/index.htm>

Kristín Bjarnadóttir. (2011). Hver var Vilhjálmur Ögmundsson og hvert var hans framlag til stærðfræðinnar? *Vísindavefurinn*. Sótt af <http://visindavefur.is/?id=58142>

Kristín Bjarnadóttir. (2012). „Nýja stærðfræðin“ – Uppruni og afdrif. *Ráðstefnurit Netlu – Menntakvika 2012*. Sótt af <http://netla.hi.is/menntakvika2012/009.pdf>

Lög um bráðabirgða-ungmennafræðslu í Reykjavík nr. 68/1928.

Lög um fræðslu barna nr. 59/1907.

Lög um gagnfræðaskóla nr. 48/1930.

Lög um Háskóla Íslands nr. 84/1970.

Lög um héraðsskóla nr. 37/1929.

Lög um kennaraskóla í Reykjavík nr. 63/1907.

Lög um menntaskóla nr. 58/1946.

Lög um Menntaskóla á Akureyri nr. 32/1930.

Lög um mælitæki og vogaráhöld nr. 78/1917.

Lög um Ríkisútgáfu námsbóka nr. 82/1936.

Lög um uppfræðing barna í skript og reikningi nr. 2/1880.

Maanen, J. van (1993). The 'double meaning' method for dating mathematical texts. Í M. Folkerts og J. P. Hogendijk (ritstjórar), *Vestigia Mathematica: Studies in medieval and early modern mathematics in honour of H.L.L. Busard*. Amsterdam: Rodopi.

Meier, N. N. (1902). *Praktisk regnebog: Anden del (for mellemklasser)* (5. útgáfa). Kaupmannahöfn: Gyldendalske Boghandels Forlag.

Menntamálaráðuneytið. (1968). *Drög að námskrá í landsprófsdeildum miðskóla*. Reykjavík: Menntamálaráðuneytið, landsprófsnefnd.

Menntamálaráðuneytið. (1974). *Drög að námskrá handa 7., 8. og 9. bekk grunnskóla: Stærðfræði*. Reykjavík: Menntamálaráðuneytið, skólarannsóknadeild.

Morten Hansen. (1890). *Reikningsbók handa alþýðuskólum*. Reykjavík: Ísafoldarprentsmiðja.

Myhre, R. (2001). *Stefnur og straumar í uppeldissögu* (Bjarni Bjarnason þýddi). Reykjavík: Rannsóknarstofnun Kennaraháskóla Íslands.

Niss, M. (1996). Goals of mathematics teaching. Í A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick og C. Laborde (ritstjórar), *International handbook of mathematics education*, I (bls. 11–47). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Ottó J. Björnsson. (1997). *Varð Gauss á vegi Björns Gunnlaugssonar? Erindi flutt í Ísl. stærðfræðifélaginu í des. 1997*. Reykjavík: Reiknifræðistofa Raunvísindastofnunar Háskóla Íslands.

Ólafur Daníelsson. (1897–98). *Glósubók* (óprentuð heimild, varðveitt í Menntaskólanum í Hamrahlíð).

Ólafur Daníelsson. (1906). *Reikningsbók*. Reykjavík: Sigurður Kristjánsson.

Ólafur Daníelsson. (1914). *Reikningsbók*. Reykjavík: Arinbjörn Sveinbjarnarson.

Ólafur Daníelsson. (1920a). *Reikningsbók*. Reykjavík: Arinbjörn Sveinbjarnarson.

Ólafur Daníelsson. (1920b). *Um flatarmyndir*. Reykjavík: Guðmundur Gamalielsson.

Ólafur Daníelsson. (1923). *Kenslubók í hornafræði*. Reykjavík: Bókaverzlun Guðm. Gamalielssonar.

Ólafur Daníelsson. (1927). *Kenslubók í algebru*. Akureyri: Bókaverslun Þorsteins M. Jónssonar.

Ólafur Þ. Kristjánsson. (1958–1965). *Kennaratal*. Reykjavík: Oddi.

Petersen, J. (1876). *Lærebog i den elementære plangeometri* (2. útgáfa, aukin). Kaupmannahöfn: Án útgefanda.

Petersen, J. (1906). *Arithmetik og algebra til brug ved gymnasier og realskoler*. Kaupmannahöfn: Schönberg.

Petersen, J. (1907). *Lærebog i plangeometri for mellemskolen* (2. útgáfa). Kaupmannahöfn: Án útgefanda.

Petersen, J. (1914). *Lærebog i plangeometri for gymnasiet's sproglige og matematisk-videnskabelige linier samt realklassen* (3. útgáfa). Kaupmannahöfn: Schönberg.

Petersen, J. (1915). *Lærebog i plangeometri for mellemskolen* (4. útgáfa). Kaupmannahöfn: Án útgefanda.

Petersen, J. (1943). *Kennslubók í rúmfræði handa gagnfræðaskólum* (Sigurkarl Stefánsson þýddi). Reykjavík: Ísafoldarprentsmiðja.

Phil, H. J. (1938). *Kennslubók í rúmfræði handa gagnfræðaskólum* (Sigurkarl Stefánsson þýddi). Reykjavík: Án útgefanda.

Reglugerð fyrir Menntaskóla nr. 175/1951.

Reglugerð fyrir Menntaskólann í Reykjavík nr. 3/1937.

Reglugerð um menntaskóla nr. 12/1971.

Reglugjörð fyrir hinn lærða skóla í Reykjavík nr. 8/1877.

Reglugjörð (bráðabirgða-) fyrir Hinn almenna menntaskóla í Reykjavík nr. 13/1904.

Reglugjörð til bráðabirgða fyrir lærdómsdeild Hins almenna menntaskóla í Reykjavík nr. 4/1908.

- Rit Nemendasambands Laugarvatnsskóla. (1933). Laugarvatn: Nemendasamband Laugarvatnsskóla.
- Schubring, G. (2008). Felix Klein. Í F. Furinghetti og L. Giacardi (ritstjórar). *The first century of the international commission on mathematics instruction: History of ICMI*. Sótt af <http://www.icmihistory.unito.it/portrait/klein.php>
- Sigurbjörg K. Schiöth. (2008). *Námsefnisgerð í stærðfræði á síðustu öld* (óútféið B.Ed.-verkefni). Sótt af <http://hdl.handle.net/1946/2027>
- Sigurbjörn Á. Gíslason. (1911–1914). *Reikningsbók*. Sex bindi. Reykjavík: Bókaverslun Sigfúsar Eymundssonar.
- Sigurbjörn Á. Gíslason. (1913). *Reikningsbók*, IV. hefti (2. prentun, endurskoðuð). Reykjavík: Bókaverslun Sigfúsar Eymundssonar.
- Sigurbjörn Á. Gíslason. (1957, 17. desember). Dr. Ólafur Dan Daníelsson. In memoriam. *Vísir*, bls. 9.
- Sigurður Jónsson. (1906). *Reikningsbók handa unglingum*. Reykjavík: Án útgefanda.
- Skólaskýrsla fyrir Reykjavíkur lærða skóla*. (1846–1904). Reykjavík: Lærði skólinn.
- Skýrsla um Alþýðu- og gagnfræðaskólann í Flensborg*. (1883–). Hafnarfjörður: Flensborgarskóli.
- Skýrsla um Gagnfræðaskólann á Möðruvöllum*. (1880–1905). Akureyri og Reykjavík: Gagnfræðaskólinn á Möðruvöllum.
- Skýrsla um Gagnfræðaskólann á Akureyri*. (1906–1940). Akureyri: Gagnfræðaskólinn á Akureyri.
- Skýrsla um Hinn almenna menntaskóla í Reykjavík*. (1904–1936). Reykjavík: Hinn almenni menntaskóli.
- Skýrsla um Menntaskólann á Akureyri*. (1930–). Akureyri: Menntaskólinn á Akureyri.
- Skýrsla um Menntaskólann í Reykjavík*. (1936–1949). Reykjavík: Menntaskólinn í Reykjavík.
- Spencer, H. (1884). *Um uppeldi barna og unglunga* [þýðing á *On education*, Eiríkur Briem og Þórhallur Bjarnarson þýddu]. Formáli eftir Eirík Briem. Reykjavík: Hið Íslenska Þjóðvinafélag.
- Svava Þórléifsdóttir. (1958). Kennaraskólinn 1909–10. Í Freysteinn Gunnarsson (ritstjóri), *Kennaraskóli Íslands 1908–1958* (bls. 186–190). Reykjavík: Ísafoldarprentsmiðja.
- Tropfke, J. (1980). *Geschichte der Elementarmathematik. Band I. Arithmetik und Algebra*. Í nýrri útgáfu K. Vogel, K. Reich og H. Gericke. Berlin: Walter de Gruyter.
- Verkfræðingafélag Íslands. (1919). *Fundabók Verkfræðingafélags Íslands 1919* (óprentað handrit í vörslu félagsins).
- Þorkell Þorkelsson. (1916). *Stærðfræði handa gagnfræðaskólum*. Akureyri: Prentsmiðja Odds Björnssonar.

Pórður J. Thoroddsen. (1880). *Reikningsbók*. Reykjavík: Forlag Kristjáns J. Þorgrímssonar.

Ögmundur Jónsson. (1900). *Reikningsbók handa börnum*. Reykjavík: Ísafoldarprentsmiðja.

Um höfund

Kristín Bjarnadóttir (krisbj@hi.is) er prófessor í stærðfræðimenntun við Menntavísindasvið Háskóla Íslands. Hún lauk B.A.-prófi í eðlisfræði og stærðfræði frá Háskóla Íslands, M.Sc.-prófi í stærðfræði frá Oregon-háskóla í Eugene og Ph.D.-prófi á sviði stærðfræðimenntunar frá Háskólanum í Hróarskeldu. Áherslur hennar í rannsóknum eru á sviði stærðfræðimenntunar; sér í lagi hefur hún fengist við sögu stærðfræðimenntunar og sögu stærðfræðinnar.

Efnisorð

kennslubækur í stærðfræði – Menntaskólinn í Reykjavík – stærðfræðideild menntaskóla – stærðfræðileg rökfærsla – menntastefna í stærðfræði

About the author

Kristín Bjarnadóttir (krisbj@hi.is) is professor in mathematics education at the University of Iceland, School of Education. She completed a B.A. in physics and mathematics at the University of Iceland, an M.Sc. in mathematics at the University of Oregon in Eugene and a Ph.D. in mathematics education at Roskilde University. Her research interests are in the history of mathematics education and the history of mathematics.

Key words

mathematics textbooks – secondary school mathematics departments – mathematical reasoning – mathematics education policy



Kristín Bjarnadóttir. (2013).
Stærðfræðimenntun á tuttugustu öld: Áhrif Ólafs Danielssonar.
Netla – Vefrit um uppeldi og menntun. Menntavísindasvið Háskóla Íslands.
Sótt af <http://netla.hi.is/greinar/2013/ryn/003.pdf>